

МОШ, 2022/23, заключительный этап, 8 класс

Условия и ответы

1 Маятник

Небольшое тело, подвешенное на твёрдом стержне в поле силы тяжести, способно совершать колебательное (повторяющееся) движение, если отклонить его из положения равновесия на небольшой угол и отпустить. *Математическим маятником* называется физическая модель, описывающая процесс колебаний груза на стержне, в которой тело считается материальной точкой, масса стержня, а также все силы трения и сопротивления движению считаются пренебрежимо малыми. Время, затрачиваемое маятником на одно колебание, иначе говоря, на возвращение в исходную точку, называется периодом.

- (2 балла) Рассмотрим следующие размерные параметры: длина стержня маятника L , масса тела m и ускорение свободного падения g , равное $9,8 \text{ м/с}^2$. Исходя из соображений размерности, определите от каких параметров зависит период колебаний математического маятника. Во сколько раз изменится период колебаний маятника, если уменьшить длину подвеса в 4 раза?
- (4 балла) Заданный интервал времени (например, минута), измеряемый маятниковыми часами, пропорционален периоду колебаний маятника. Рассмотрим маятниковые часы, в устройство которых входит маятник длиной $L = 1 \text{ м}$, сделанный из стали. При такой длине движение маятника в одну сторону занимает $1,00 \text{ с}$. Известно, что при температуре окружающей среды $t_1 = 5^\circ\text{C}$ часы показывают точное время. На сколько отстанут за сутки часы при температуре $t_2 = 25^\circ\text{C}$? Линейное тепловое расширение тел описывается формулой $L = L_0 (1 + \alpha(t - t_0))$, где L и L_0 — размер тела при температурах t и t_0 соответственно, α — постоянный коэффициент линейного расширения, равный для стали $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$.
- (4 балла) Как должен быть устроен подвес маятника, чтобы период колебаний не менялся при изменении температуры? Считается, что в своей конструкции вы можете соединять стержни, сделанные из двух разных материалов, коэффициенты линейного расширения которых равны α и 2α . В качестве ответа приведите схематичный рисунок с краткими пояснениями.

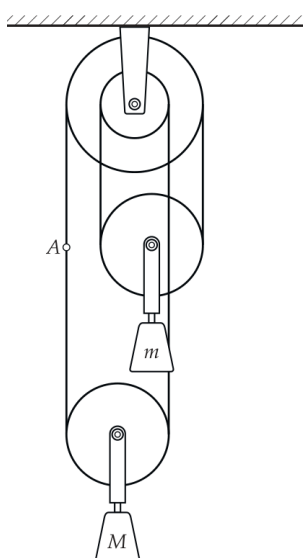
Указание. Может оказаться полезной приближённая формула $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$, верная при $|x| \ll 1$.

Ответ

- 1) $T \sim \sqrt{L/g}$, от массы не зависит, период уменьшится в 2 раза; 2) $\Delta T \approx T \frac{\alpha \Delta t}{2} \approx 10,8 \text{ с}$ (где $T = 86400 \text{ с}$); 3) подвес из трёх стержней одинаковой длины (два из материала с α , один из материала с 2α), соединённых как на рисунке.

2 Равновесие системы блоков

Система, изображённая на рисунке, состоит из двух подвижных блоков, одного неподвижного двухступенчатого блока, двух грузов и нити. Двухступенчатый блок состоит из лёгких, жёстко соединённых дисков с общей осью, диаметры которых равны 15 см и 30 см. Массы грузов равны $m = 1$ кг и $M = 3$ кг. Массами нитей и блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь, нить не проскальзывает по поверхностям блоков.



1. (3 балла) Пусть в точке A к нити приложена такая сила F , что система находится в равновесии. Куда направлена и чему равна эта сила?
2. (4 балла) Можно ли привести систему в состояние равновесия, действуя с некоторой вертикальной силой на нить в точке A , если поверхность двухступенчатого блока гладкая (так что нить по ней проскальзывает)? Ответ объясните.

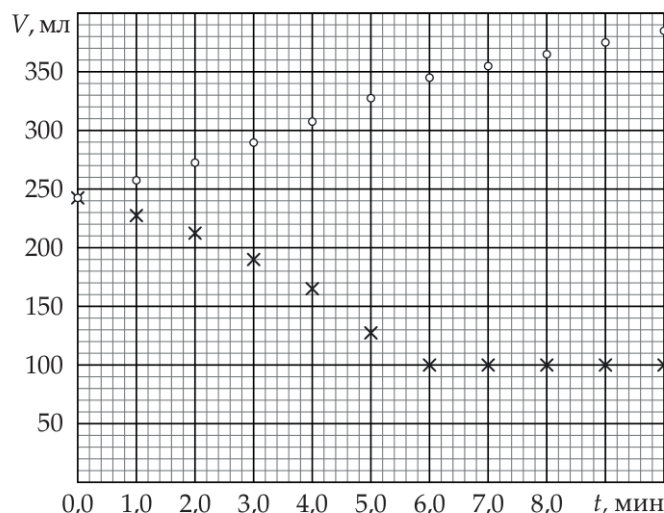
Ответ

1) $F = \frac{R-r}{2R}(M-m)g = 5$ Н, направлена вверх; 2) невозможно.

3 Вода и масло

Цилиндрический сосуд с нанесённой на боковую поверхность мерной шкалой частично заполнен водой, в которой плавает выпуклая пластиковая игрушка. В сосуд начинают добавлять масло, которое течёт тонкой струйкой с постоянной скоростью μ , измеряемой в мл/с.

Каждую минуту с помощью мерной шкалы определяют два значения объёма, соответствующие положению уровня поверхности воды и масла. Результаты измерений показаны на графике, представленном ниже. В процессе эксперимента жидкости не смешиваются.



Маркеры одной формы (кружки или крестики) соответствуют одной из жидкостей. Плотность воды равна 1 г/см^3 , плотность масла меньше плотности воды.

1. (2 балла) Чему равна скорость μ ?
2. (6 баллов) Определите плотность масла.

Ответ

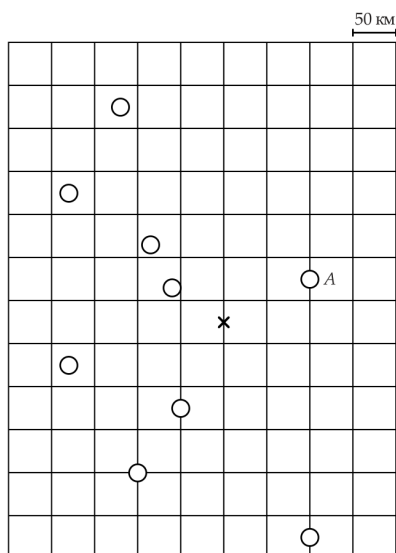
1) $\mu = 0,17 \text{ мл/с}$; 2) $\rho_{\text{м}} = 0,77 \text{ г/см}^3$.

4 Передвижение вертолёт

Вертолёт летит с постоянной по модулю скоростью 200 км/ч . На рисунке, представленном ниже, изображено положение вертолёт (крестик) относительно населённого пункта A и остальных населённых пунктов (кружки) в 12:00. Известно, что вертолёт движется на одной высоте над Землёй по траектории, состоящей из прямолинейных участков. В таблице, приведённой ниже, указано расстояние L от пункта A до точки, где находится вертолёт в разные моменты времени.

Время	12:30	13:00	13:30	14:00
L , км	150	225	250	300

Пользуясь увеличенным рисунком, представленным на дополнительном листе, а также циркулем и линейкой, ответьте на следующие вопросы.



1. (3 балла) Пусть известно, что вертолёт не менял направление полёта с 12:00 до 12:30. В какое самое раннее время он мог пролететь над каким-либо населённым пунктом? Над каким именно населённым пунктом он бы при этом пролетел?
2. (7 баллов) Пусть известно, что вертолёт менял направление полёта только один раз в 13:00. В каком населённом пункте оказался вертолёт в 14:00?

Все построения делайте на увеличенном рисунке, представленном на дополнительном листе. Искомые города пометьте, например, «галочкой». Кратко опишите ваши рассуждения и последовательность построений.

Ответ

1) вертолёт пролетит над населённым пунктом, отмеченным на рисунке решения крестиком, с 12:39 до 12:45 (самое раннее время — 12:39); 2) населённый пункт, в который приходит траектория, показанная на рисунке решения фиолетовым цветом.