

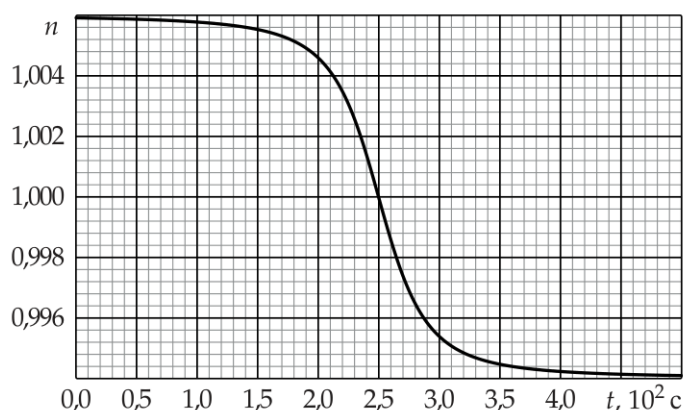
МОШ, 2022/23, заключительный этап, 9 класс

Условия

1 Частота ультразвука

1а. Источник ультразвуковых импульсов движется по прямой со скоростью v навстречу неподвижному приёмнику, располагающемуся на той же прямой. Источник излучает короткие импульсы с частотой f_0 . С какой частотой f их принимает приёмник? Как изменится ответ, если источник будет удаляться от приёмника? Скорость распространения ультразвука равна c , при этом $c \gg v$.

На дне моря установлен ультразвуковой детектор. Судно движется прямолинейно с постоянной скоростью v , проходя в некоторый момент времени прямо над детектором. На судне установлен источник ультразвуковых импульсов, излучающий их с частотой f_0 с одинаковой интенсивностью в любом направлении. Детектор принимает импульсы с частотой f , отличной от частоты излучаемых импульсов. Обозначим $n = \frac{f}{f_0}$ отношение этих частот. На рисунке, представленном ниже, показан фрагмент зависимости отношения n от времени при движении судна. Скорость ультразвука в воде равна 1500 м/с.



1б. Чему равна скорость судна? На какой глубине располагается детектор?

Указание. При решении задачи могут оказаться полезными следующие приближённые формулы, справедливые при малых значениях x ($|x| \ll 1$)

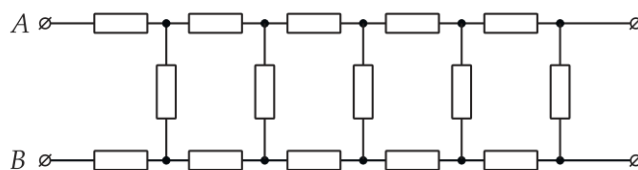
$$\sin x \approx x, \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}, \quad \frac{1}{1+x} \approx 1 - x.$$

2 Пошла на дно

В бутылку с достаточно толстыми стенками вместимостью $V = 700$ мл наливают некоторое количество воды. Прикрыв горлышко пальцем, бутылку переворачивают вверх дном, погружают в ведро с водой и убирают руку. Бутылка плавает, сохраняя вертикальное положение. Над поверхностью воды выступает часть бутылки объёмом $\Delta V = 15$ мл. Ведро с бутылкой выносят из комнаты, температура воздуха в которой равна $t_0 = 25^\circ\text{C}$, на мороз. Можно считать, что в процессе охлаждения воздух, находящийся внутри бутылки, сжимается, и его объём изменяется по закону $V = V_0(1 + \alpha(t - t_0))$, где V_0 — объём воздуха при температуре t_0 , α — коэффициент, равный $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/^\circ\text{C}$. Найдите температуру воздуха внутри бутылки в тот момент, когда бутылка полностью погрузится в воду. Масса бутылки равна 300 г, плотность материала, из которого она изготовлена, $\rho = 2600 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

3 Цепь из нескольких звеньев

Электрическая цепь, показанная на рисунке, составлена из пяти одинаковых звеньев, в каждом из которых содержится три одинаковых резистора сопротивлением R . Выводы A и D , а также C и B соединяют проводниками пренебрежимо малого сопротивления попарно. Определите сопротивление между точками A и B образовавшейся цепи.



4 Столкновения на плоскости

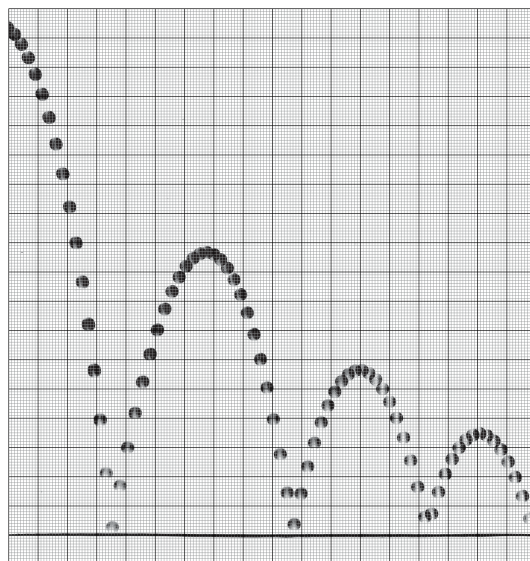
На расстоянии $L = 10$ см друг от друга на достаточно протяжённой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонталью, удерживаются два абсолютно одинаковых бруска. В момент времени $t = 0$ бруски освобождают и они начинают двигаться. Величины, относящиеся к верхнему в начальный момент бруску, далее помечаем индексом 1, а относящиеся к нижнему индексом 2. Обозначим $v_1(t)$ и $v_2(t)$ скорости брусков в момент времени t . Коэффициенты трения о плоскость равны $\mu_1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$ и $\mu_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Ускорение свободного падения считается равным 10 м/с^2 . Размеры брусков пренебрежимо малы, столкновения между ними являются абсолютно упругими.

4а. Для первой секунды движения изобразите графики зависимостей $v_1(t)$ и $v_2(t)$. В какие моменты времени происходят столкновения брусков?

4б. Какое расстояние проходит первый брусок (верхний в исходной конфигурации) к моменту n -го столкновения?

5 Определите по фотографии

На стробоскопической фотографии (см. рисунок) можно видеть положение движущегося в поле тяжести земли мяча, сталкивающегося с горизонтальной поверхностью, в разные моменты времени. Промежутки времени между двумя последовательными вспышками стробоскопической лампы одинаковы. Фотография инвертирована (чёрный цвет изменён на белый, белый — на чёрный), сетка наложена в графическом редакторе позже для удобства расчётов. Столкновения мяча с горизонтальной поверхностью нельзя считать упругими, в процессе столкновения кинетическая энергия поступательного движения мяча уменьшается.



5a. Далее везде в этой задаче мы предполагаем, что сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала. Изучив фотографию, кратко объясните, насколько справедливо наше предположение?

5b. Найдите отношение $\frac{v_1}{v_3}$, где v_1 и v_3 — скорости мяча в наивысшей точке траектории после первого и третьего ударов о поверхность соответственно.

5c. Определите как можно точнее угол между скоростью мяча сразу после первого столкновения и горизонтом.

5d. Во сколько раз изменяется кинетическая энергия мяча в процессе второго столкновения с поверхностью?