

МОШ, 2023/24, отборочный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Удлиняется и поворачивается

Материальная точка движется так, что модуль её радиус-вектора $r(t)$ и угол $\varphi(t)$ между осью Ox и радиус-вектором связаны соотношением

$$r(t) \cdot \varphi(t) = \text{const.}$$

В нулевой момент времени $r(0) = 2$ м, $\varphi(0) = \frac{\pi}{2}$. Радиальная компонента скорости точки в процессе движения не меняется: $v_r = 1$ м/с.

1. Через какое время после начала движения радиус-вектор повернётся на угол $\frac{\pi}{6}$ относительно начального положения? Ответ дайте в секундах, округлите до десятых.
2. Чему равен модуль угловой скорости вращения радиус-вектора в начальный момент времени? Ответ дайте в рад/с, округлите до десятых.

Подсказка

Из постоянства $r\varphi$ выразите φ через r , а r через время: радиальная скорость постоянна, так что $r(t)$ линейна. Угловая скорость — производная φ по времени.

2 В сосуде с поршнем

Герметичный цилиндрический теплоизолированный сосуд массой M разделён на две одинаковые части тонким теплопроводящим поршнем массой M , который может скользить вдоль оси сосуда без трения. В начальный момент в каждой из частей сосуда находится в состоянии теплового равновесия ν молей идеального одноатомного газа при температуре T_0 . Сосуд покоится в некоторой инерциальной системе отсчёта в космосе вдали от других тел. Сосуду толчком сообщают скорость v , направленную вдоль его оси. После затухания колебаний поршня в сосуде температура газа изменяется на ΔT . Найдите отношение $n = \frac{\Delta T}{T_0}$ изменения температуры в сосуде к начальной температуре, если параметры задачи связаны соотношением $Mv^2 = 2\nu RT_0$, где R — универсальная газовая постоянная. В ответе на вопрос задачи укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

№	1	2	3	4	5	6
n	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,50

Подсказка

Сосуд изолирован и внешних сил нет, поэтому сохраняются импульс и энергия. Какая часть кинетической энергии сохранится в системе центра масс после затухания колебаний, а какая перейдёт в тепло?

3 КПД цикла

С одним моле идеального одноатомного газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изотерм и двух изохор. Отношение объёмов на изохорах равно e (e — основание натурального логарифма, $\ln e = 1$). Отношение температур на изотермах равно $\frac{4}{3}$. Определите отношение $k = \frac{\eta}{\eta_0}$ КПД данного цикла к КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно с теми же температурами на изотермах. В ответе на вопрос задачи укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

№	1	2	3	4	5	6
k	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70

Работа газа в изотермическом процессе при расширении от объёма V_1 до объёма V_2 даётся формулой $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$, где ν — количество вещества, R — универсальная газовая постоянная, T — температура.

Подсказка

Найдите полезную работу цикла как разность работ на изотермах и учтите, что на нагревателе тепло берётся и на изотерме, и на изохоре нагрева.

4 Диполь в постоянном поле

Два маленьких шарика массой $m = 1$ г, несущие заряды q и $-q$ ($q = 10$ нКл), соединены невесомым стержнем длиной $d = 1$ см. Начало вектора $\mathbf{d}$ совпадает с отрицательным зарядом, а конец — с положительным. Диполь находится в невесомости, его удерживают в постоянном электрическом поле напряжённостью $E = 10^3$ В/м, так что угол между векторами $\mathbf{d}$ и $\mathbf{E}$ равен $\frac{\pi}{2}$.

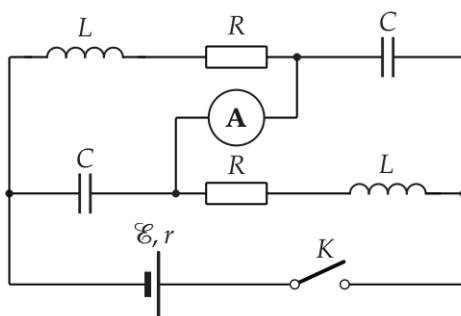
1. Диполь освобождают. Чему равна максимальная скорость любого из шариков после этого? Ответ дайте в см/с, округлите до целого.
2. Определите период малых колебаний диполя вблизи положения равновесия. Ответ дайте в секундах, округлите до целого.

Подсказка

Энергия диполя в поле равна $-\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$. В пункте а) используйте сохранение энергии, в пункте б) запишите уравнение вращения диполя вокруг центра и сравните с уравнением гармонических колебаний.

5 \$RLC\$-цепь

В цепи, представленной на рисунке ниже, сопротивление резисторов, внутреннее сопротивление батареи, индуктивность катушки и ёмкость конденсатора равны $R = 100$ Ом, $r = 1$ Ом, $L = 0,1$ Гн и $C = 0,1$ мкФ соответственно, амперметр идеальный. Цепь подключена к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 4$ В через ключ K . Сначала ключ разомкнут.



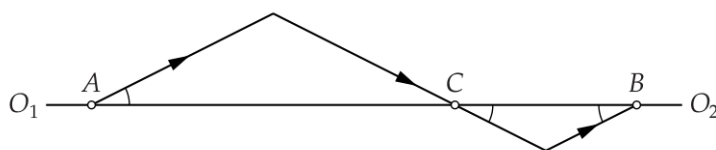
1. Ключ замыкают. Найдите показания амперметра сразу после замыкания ключа. Ответ дайте в амперах, округлите до целого.
2. После замыкания ключа ожидают достаточно большое время, так что в цепи устанавливается стационарный режим. Что показывает амперметр в стационарном режиме? Ответ дайте в миллиамперах, округлите до целого.
3. После установления стационарного режима ключ размыкают. Какое количество теплоты выделяется на резисторах (суммарно на двух) за большое время после размыкания ключа? Ответ дайте в мкДж, округлите до целого.

Подсказка

Сразу после замыкания катушка равна разрыву цепи, а конденсатор — проводнику; в стационарном режиме наоборот. Тепло после размыкания — вся энергия, запасённая в катушках и конденсаторах.

6 Через две линзы

Две тонкие линзы располагаются так, что их оптические оси совпадают. Прямая O_1O_2 на рисунке, представленном ниже, — это общая оптическая ось этих двух линз. Небольшой предмет располагается в точке A , лежащей на оси O_1O_2 . На рисунке показан ход одного из лучей, идущего от предмета. Линзы на рисунке не показаны. Углы, образованные отрезками луча и осью, равны. При этом известно, что $AC = 24$ см, $BC = 12$ см.



1. Найдите фокусное расстояние линзы меньшей оптической силы. Ответ дайте в сантиметрах, округлите до целого.
2. Найдите фокусное расстояние линзы большей оптической силы. Ответ дайте в сантиметрах, округлите до целого.
3. Определите поперечное увеличение, с которым изображается в этой системе линз небольшой предмет, располагающийся в точке A . Ответ округлите до десятых.

Подсказка

Равенство углов у точек A , C , B позволяет найти положения линз по изломам луча: каждая линза преломляет луч в точке излома. Затем примените формулу тонкой линзы к ходу лучей через каждую линзу.