

МОШ, 2023/24, заключительный этап, 10 класс

Условия

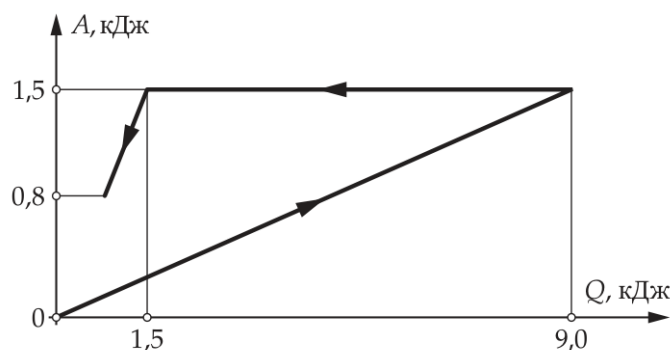
1 Стержень на плоскости

Однородный стержень массой m движется по плоскости так, что в некоторый момент времени абсолютные значения ускорений концов A и B стержня оказываются равны $a_A = 2a_0$ и $a_B = a_0$, при этом ускорения направлены вдоль параллельных прямых, а векторы скоростей концов равны друг другу. Какая внешняя сила действует на стержень в данный момент времени? Определите модуль и направление вектора силы.

2 Термодинамический цикл

Состояние одного моля идеального двухатомного газа изменяется в цикле, состоящем из процессов с постоянной теплоёмкостью. На рисунке, представленном ниже, изображён график зависимости работы, совершаемой газом, от количества теплоты, полученного или отданного им при достижении текущего состояния.

1. Определите КПД цикла.
2. Чему равна минимальная температура газа в этом циклическом процессе, если максимальная температура равна 481 K?



Примечание. Квазистатический процесс, при котором молярная теплоёмкость газа c остаётся постоянной, описывается соотношением

$$PV^{\frac{c-c_P}{c-c_V}} = \text{const},$$

где P и V — давление и объём соответственно, c_V и $c_P = c_V + R$ — это молярные теплоёмкости при постоянном объёме и давлении.

3 Мартышка тянет удава

Удав выпрямился, лежа на горизонтальной поверхности, расслабился и не сопротивляется совсем. Его масса M равномерно распределена по его длине L . Поверхность гладкая, и по ней рядом с удавом и параллельно ему проложена тропинка (не гладкая) для прогулок. Мартышка, находясь на этой тропинке, схватила удава за кончик его хвоста и потащила этот конец удава в направлении к его голове. При этом удав целиком лежит на поверхности. Сила F , с которой мартышка тянет хвост удава, горизонтальна и меняется в зависимости от времени t по закону $F = At$, где A — это известная постоянная величина.

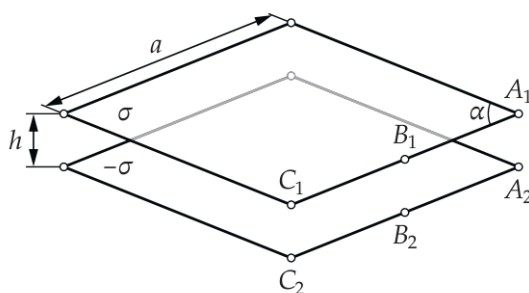
1. С какой скоростью двигался кончик хвоста удава в тот момент, когда расстояние от него до головы удава впервые стало равно $\frac{L}{2}$?
2. Через какое время хвост удава поравняется с неподвижной головой удава?
3. Какой будет скорость всего удава в тот момент, когда его голова придёт в движение?

Указание. Может оказаться полезной формула

$$\int_a^b x^n dx = \frac{1}{n+1} (b^{n+1} - a^{n+1}), \quad n \neq -1.$$

4 Разности

Две одинаковые плоские диэлектрические пластины, заряженные равномерно по поверхности с плотностью σ и $-\sigma$, располагаются параллельно друг другу на небольшом расстоянии h (см. рисунок). Каждая пластина имеет форму ромба с острым углом α ($\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$) и длиной стороны a ($a \gg h$). Любая вершина верхней пластины и ближайшая к ней вершина нижней пластины лежат на общем перпендикуляре к плоскостям пластин.

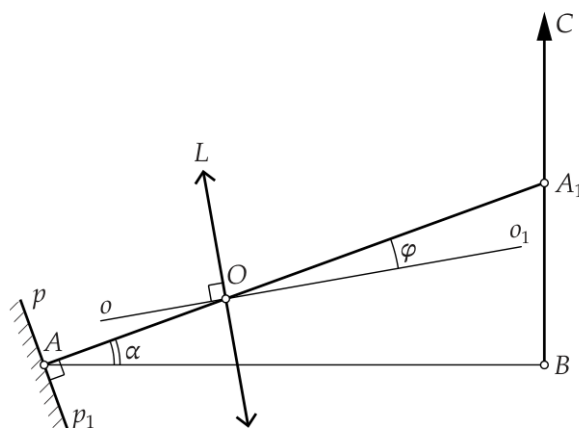


1. Найдите разность потенциалов центров пластин. Центром ромба считается точка пересечения его диагоналей.
2. Определите разность потенциалов середин близлежащих сторон пластин (точки B_1 и B_2).
3. Чему равна разность потенциалов вершин ромбов A_1 и A_2 ? А разность потенциалов вершин C_1 и C_2 ?

5 Tilt-Shift

Конструкция фотографического Tilt-shift объектива позволяет наклонять и сдвигать оптическую ось объектива относительно линии зрения (линии, соединяющей фотоаппарат и объект съёмки). Наклон оптической оси даёт возможность получать резкие изображения протяжённых предметов, разные точки которых находятся на разном расстоянии от фотоаппарата.

На упрощённой схеме, представленной на рисунке, собирающая линза L символизирует объектив. Главная оптическая ось объектива oo_1 отклонена на угол φ от линии зрения AA_1 , составляющей угол α с горизонталью. Фотографируемый предмет изображается отрезком BC , pp_1 — плоскость, в которой располагается светочувствительная матрица фотоаппарата (или плёнка, если речь идёт о плёночной камере).



Пусть известны расстояние $AB = 5$ м по горизонтали между матрицей фотоаппарата и предметом, фокусное расстояние объектива $f = 50$ мм, а также угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$ между линией зрения и горизонталью. Угол поворота главной оптической оси φ подобран так, чтобы все точки светящегося отрезка BC изображались в плоскости матрицы фотоаппарата pp_1 максимально резко. Найдите угол φ , считая его малым.

Указание. Для малого угла β ($|\beta| \ll 1$) справедливы приближённые соотношения $\sin \beta \approx \beta$, $\operatorname{tg} \beta \approx \beta$, $\cos \beta \approx 1$.