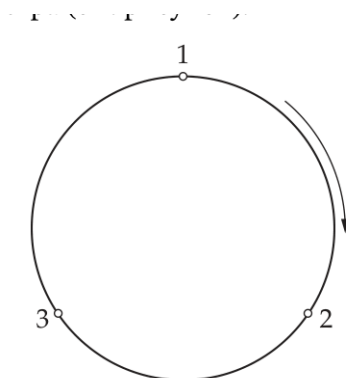


МОШ, 2023/24, заключительный этап, 7 класс

Условия и ответы

1 На «стадионе»

Три маленьких тела изначально покоятся в трёх равноудаленных точках, принадлежащих окружности длиной 3 метра (см. рисунок).



В некоторый момент они одновременно начинают движение в одном направлении по окружности с постоянными скоростями: $v_1 = 4,0$ м/с, $v_2 = 3,6$ м/с, $v_3 = 3,0$ м/с (индекс в обозначении скорости соответствует номеру тела на рисунке). При этом тела не сталкиваются, проходя мимо друг друга. Колонной называется наименьшая дуга окружности, содержащая три тела. Например, в начальном положении длина колонны равна 2 метра. Найдите минимальную длину колонны в процессе движения тел.

Ответ

20 см.

2 Хороший, плохой

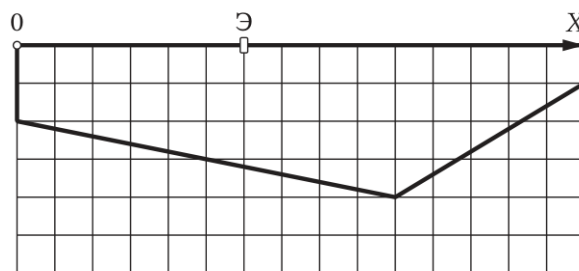
Города A и B соединены дорогой, которая состоит из двух участков: «хорошего» (с недавно сделанным ремонтом, где машины едут быстро) и «плохого» (со старым разбитым асфальтом, по которому машины едут медленно). В некоторый момент времени из города A в город B выезжает машина, затем машины продолжают выезжать каждые 30 секунд. По «хорошему» участку дороги все машины едут с одинаковой большой скоростью, а по «плохому» — с одинаковой маленькой скоростью. Если подсчитать среднее арифметическое скоростей всех автомобилей на дороге в некоторый момент, когда первая машина уже прибыла в город B , а последняя ещё не выехала из города A , то получится величина $u = 70$ км/ч. Если же подсчитать среднее арифметическое скоростей только тех автомобилей на дороге, которые уже проехали половину расстояния между городами, то получится величина $u_2 = 60$ км/ч. Найдите скорость автомобилей на «хорошем» участке дороги, если известно, что его длина превышает длину «плохого» участка.

Ответ

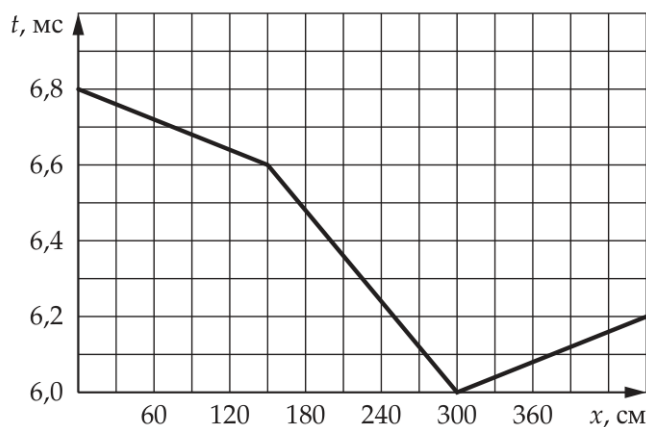
84 км/ч.

3 Эхолот на льдине

На рисунке, представленном ниже, показан профиль участка покаящейся льдины (вид сбоку). Длина стороны клетки соответствует 30 см. На плоской горизонтальной поверхности льдины с помощью специального эхолота проводят измерения, располагая эхолот в точках с разными координатами по оси OX (см. рисунок).



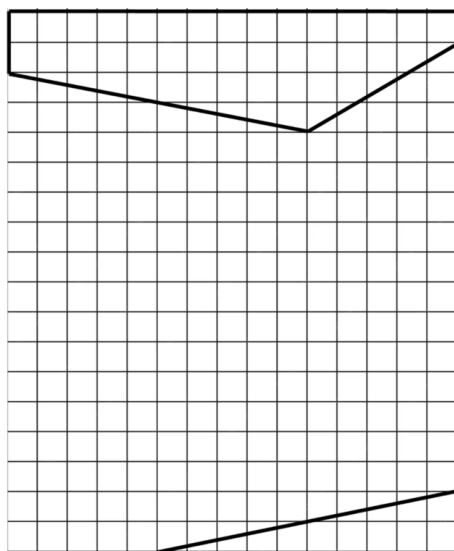
Эхолот испускает звуковые сигналы вертикально вниз, а через некоторое время регистрирует отражённый от дна сигнал. Можно считать, что после отражения от дна сигнал распространяется вертикально вверх. На графике, представленном на втором рисунке, показана зависимость $t(x)$, где t — время, прошедшее с момента испускания звукового импульса эхолотом до момента приёма отражённого от дна сигнала, а x — координата эхолота.



Постройте график зависимости расстояния от верхней поверхности льдины до дна от координаты x . Считайте, что средние скорости распространения звука в льдине и в воде равны 3000 м/с и 1500 м/с соответственно.

Ответ

Профиль дна — ломаная через точки $y(0) = 5,4$ м, $y(150) = 5,4$ м, $y(300) = 5,1$ м, $y(450) = 4,8$ м (см. рисунок).



4 Плотность Луны

Согласно закону всемирного тяготения материальная точка и однородный шар притягиваются друг к другу с силой $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, где G — фундаментальная константа под названием гравитационная постоянная, m_1, m_2 — массы материальной точки и шара соответственно, r — расстояние между материальной точкой и центром шара. Чему равна средняя плотность Луны, если средняя плотность Земли равна $5,5 \text{ г/см}^3$? Радиус Земли равен 6400 км , радиус Луны 1740 км . Ускорение свободного падения на Земле равно $9,8 \text{ Н/кг}$, а на Луне равно $1,6 \text{ Н/кг}$.

Ответ

$3,3 \text{ г/см}^3$.