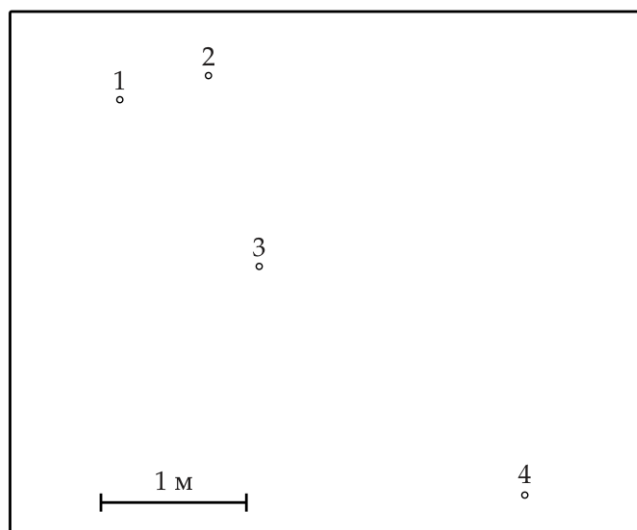


МОШ, 2023/24, заключительный этап, 9 класс

Условия и ответы

1 Построение

Обруч скользит по гладкой горизонтальной поверхности так, что плоскость обруча остаётся горизонтальной. Скорость оси обруча и частота его обращения вокруг этой оси, равная одному обороту в секунду, со временем не меняются. В некоторой точке обруча закреплена лампочка, ярко вспыхивающая через равные промежутки времени с частотой 4 раза в секунду. На фотографии, сделанной сверху с большой выдержкой, с сохранением пропорций изображаемых предметов, можно видеть положение лампочки во время вспышек, следующих друг за другом. Рисунок, представленный ниже (увеличенную версию см. на дополнительном листе), выполнен по фотографии, на нём точками обозначены места вспышек, а цифрами их номера в порядке появления.



Используя линейку с делениями и циркуль, найдите скорость оси и радиус обруча. Отрезок, соответствующий расстоянию в 1 метр, показан в нижней части рисунка.

Ответ

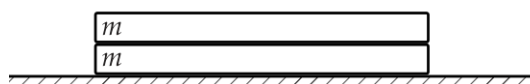
$$R = (0,75 \pm 0,05) \text{ м}, v = (5,7 \pm 0,5) \text{ м/с}.$$

2 И покой, и скольжение

Изучая силу трения в рамках школьного курса физики, обычно говорят о том, что максимальное значение силы трения покоя равно силе трения скольжения. На самом деле, для того, чтобы вывести тело из состояния покоя, необходимо приложить силу несколько большую силы трения скольжения. Поэтому имеет смысл говорить о двух коэффициентах: коэффициенте трения покоя μ_r и коэффициенте трения скольжения μ_s ($\mu_s < \mu_r$). Сила трения покоя удовлетворяет соотношению $F_{\text{тр.пок.}} \leq \mu_r N$. После перехода к скольжению для определения силы трения используется другой коэффициент $F_{\text{тр.ск.}} = \mu_s N$.

А. (4 балла) Для деревянного бруска массой m , располагающегося на протяжённой деревянной горизонтальной поверхности, коэффициенты трения покоя и скольжения равны $\mu_r = 0,5$ и $\mu_s = 0,4$ соответственно. На брусок начинает действовать периодически изменяющаяся горизонтальная сила, проекция которой на горизонтальную ось OX на первой половине периода равна $F_x^{(1)} = 1,001\mu_r mg$, а на второй половине периода меняет знак и становится равна $F_x^{(2)} = -1,001\mu_r mg$. Изобразите графически зависимость скорости бруска от времени в течение двух периодов спустя большое время после начала процесса. Период изменения силы равен $T = 4$ с, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 .

Б. (5 баллов) Две доски одинаковой массы m лежат друг на друге и на длинном горизонтальном деревянном столе (см. рисунок). Коэффициенты трения покоя и скольжения между всеми поверхностями равны $\mu_r = 0,5$ и $\mu_s = 0,4$.



Б1) (2 балла) На верхнюю доску действует внешняя горизонтальная сила $F(t)$, прямо пропорциональная времени $F(t) = \frac{\mu_r m g t}{t_0}$. Изобразите график зависимости ускорения верхней доски от времени для $t \in [0, 4t_0]$.

Б2) (3 балла) Пусть теперь внешняя горизонтальная сила $F(t) = \frac{\mu_r m g t}{t_0}$ действует на нижнюю доску. Изобразите график зависимости ускорения нижней доски от времени для $t \in [0, 4t_0]$.

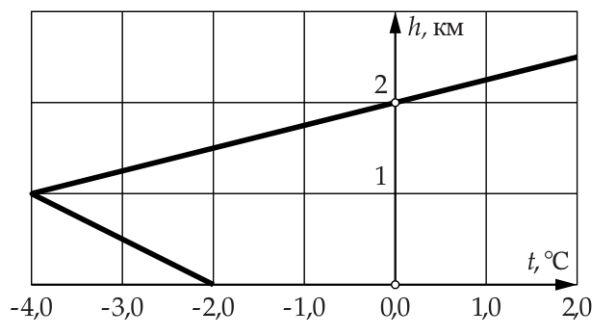
В обоих случаях доски изначально покоятся. В процессе движения одна доска не падает с другой.

Ответ

А) график скорости — пилообразный периодический, максимальное значение $u = 1,8 \text{ м/с}$; Б1) $a = 0$ при $t < t_0$, далее $a(t) = \frac{\mu_r g t}{t_0} - \mu_s g$, до 16 м/с^2 при $t = 4t_0$; Б2) $a = 0$ при $t < 2t_0$, затем $a(t) = \frac{\mu_r g t}{2t_0} - \mu_s g$ (от 1 до 5 м/с^2 при $t = 3,6t_0$), затем $a(t) = \frac{\mu_r g t}{t_0} - 3\mu_s g$ (от 6 до 8 м/с^2 при $t = 4t_0$).

3 Замерзающие капли

При температурной инверсии график зависимости температуры воздуха t вблизи поверхности Земли от высоты h может иметь вид, показанный на рисунке линией чёрного цвета увеличенной толщины.



Пусть капля, имеющая форму шара, движется вниз с постоянной скоростью под действием силы тяжести и силы сопротивления воздуха. На высоте $h_0 = 2$ км температура капли оказывается равна $t_c = 0^\circ\text{C}$. В процессе дальнейшего падения часть капли (или вся капля) превращается в лёд вследствие теплообмена с холодным атмосферным воздухом.

Мощность теплообмена P и сила сопротивления воздуха F_d даются формулами

$$P = \alpha(t_c - t)S, \quad F_d = \beta S v^2,$$

где S — площадь поверхности капли, α и β — некоторые константы, t и t_c — температуры окружающего воздуха и капли (на одной высоте), v — скорость капли.

Рассмотрим две капли. Радиус первой капли в 2,25 раз меньше радиуса второй. В процессе падения с высоты 2 км первой капли четверть её массы превращается в лёд. Какая часть массы второй капли превратится в лёд?

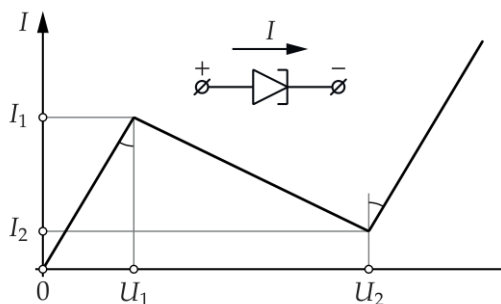
Считайте теплопроводность льда высокой, так что температура всех точек капли остаётся одинаковой, пока капля полностью не превратилась в лёд. Изменением радиуса капли при её частичном превращении в лёд можно пренебречь.

Ответ

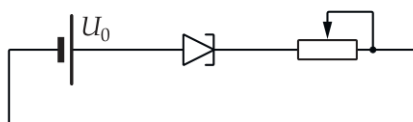
$$n = \frac{2}{27} \approx 7,4\%.$$

4 Схемы с туннельным диодом

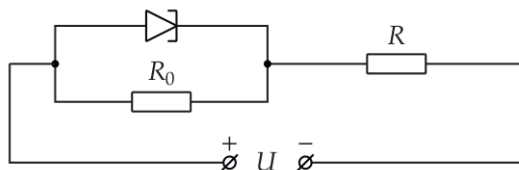
Идеализированная вольт-амперная характеристика нелинейного элемента под названием *туннельный диод* изображена на рисунке, представленном ниже. Условное обозначение туннельного диода на схемах показано в верхней части рисунка. Там же над символом диода указано положительное направление тока через него. Обозначенные на графике токи и напряжения I_1 , I_2 , U_1 и U_2 будем называть параметрами диода. Обозначенные на графике углы считаем равными.



А. (2 балла) Рассмотрим туннельный диод, параметры которого равны $I_1 = 4I_2 = 4i$, $U_2 = 4U_1 = 4u$, при этом значения i и u считаются известными. Этот диод подключили к идеальному источнику с напряжением $U_0 = 6u$, последовательно с переменным резистором, сопротивление которого может меняться в широких пределах (см. рисунок, представленный ниже). При каких значениях сопротивления резистора значение тока в цепи определяется однозначно?



Б. (5 баллов) Параметры другого туннельного диода равны $I_1 = 1 \text{ мА}$, $I_2 = 10 \text{ мА}$, $U_1 = 0,2 \text{ В}$, $U_2 = 0,8 \text{ В}$. При помощи этого диода и балластного резистора R_0 собрали цепь по схеме, показанной на рисунке.



Известно, что ток через резистор R в этой цепи имеет одно и то же значение при любом входном напряжении из диапазона $U = 3,2 \pm 0,2 \text{ В}$.

Б1) (2 балла) Найдите сопротивление балластного резистора R_0 .

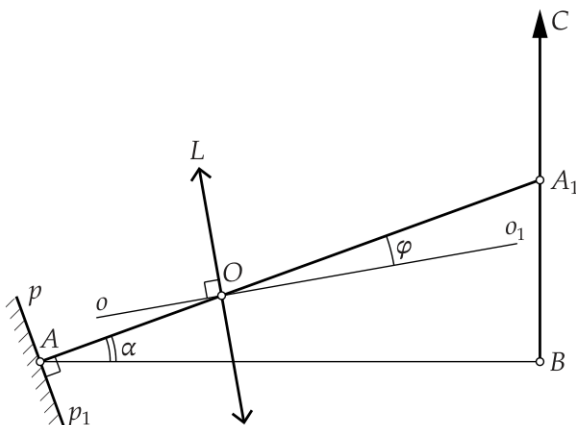
Б2) (3 балла) Чему может быть равно сопротивление нагрузки R ? Укажите границы диапазона возможных значений $R_{\min}$ и $R_{\max}$.

Ответ

А) $R > \frac{2u}{i}$ или $R < \frac{5u}{4i}$; Б1) $R_0 \approx 66,7 \text{ Ом}$; Б2) $201 \text{ Ом} \leq R \leq 215 \text{ Ом}$.

5 Tilt-Shift

Конструкция фотографического Tilt-shift объектива позволяет наклонять и сдвигать оптическую ось объектива относительно линии зрения (линии, соединяющий фотоаппарат и объект съёмки). Наклон оптической оси даёт возможность получать резкие изображения протяжённых предметов, разные точки которых находятся на разном расстоянии от фотоаппарата.



На упрощённой схеме, представленной на рисунке, собирающая линза L символизирует объектив. Главная оптическая ось объектива oo_1 отклонена на угол φ от линии зрения AA_1 , составляющей угол α с горизонталью. Фотографируемый предмет изображается отрезком BC , pp_1 — плоскость, в которой располагается светочувствительная матрица фотоаппарата (или плёнка, если речь идёт о плёночной камере).

Пусть известны расстояние $AB = 5 \text{ м}$ по горизонтали между матрицей фотоаппарата и предметом, фокусное расстояние объектива $f = 50 \text{ мм}$, а также угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$ между линией зрения и горизонталью. Угол поворота главной оптической оси φ подобран так, чтобы все точки светящегося отрезка BC изображались в плоскости матрицы фотоаппарата pp_1 максимально резко. Найдите угол φ , считая его малым.

Указание. Для малого угла β ($|\beta| \ll 1$) справедливы приближённые соотношения

$$\sin \beta \approx \beta, \quad \operatorname{tg} \beta \approx \beta, \quad \cos \beta \approx 1.$$

Ответ

$$\varphi = \frac{f}{L\sqrt{2}} \approx 7,1 \cdot 10^{-3} \approx 0,4^\circ \text{ (здесь } L = AB\text{)}.$$