

МОШ, 2024/25, отборочный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Уточки на речке

Две утки плывут по реке так, что их траектории относительно берега представляют собой прямые, пересекающиеся под углом 120° . Скорости уток относительно берега равны 1 м/с . Скорость течения реки относительно любой из уток равна 1 м/с , а относительно берега не больше $1,1 \text{ м/с}$.

1. (2 балла) Найдите скорость течения реки относительно берега. Ответ дайте в м/с , округлите до десятых.
2. (1 балл) Найдите скорость одной утки относительно другой. Ответ дайте в м/с , округлите до десятых.

Подсказка

Скорость течения относительно берега — сумма скорости течения относительно утки и скорости утки относительно берега. Какой фигуре соответствует равенство трёх векторов длиной 1 м/с ?

Ответ

1) $1,0 \text{ м/с}$; 2) $1,7 \text{ м/с}$.

2 Бруски

На гладком горизонтальном столе лежат друг на друге три одинаковых по размерам бруска с массами $m_1 = 3 \text{ кг}$ (нижний), $m_2 = 1 \text{ кг}$ (средний) и $m_3 = 1 \text{ кг}$ (верхний). Коэффициент трения μ между любыми двумя брусками равен $0,3$. На средний брусок в горизонтальном направлении начинает действовать сила F .

Ответы на первые три вопроса дайте в ньютонах, округлите до целого. Определите максимально возможное значение силы F , при котором:

1. (1 балл) тела движутся как единое целое;
2. (1 балл) средний брусок остаётся неподвижным относительно нижнего;
3. (1 балл) верхний брусок остаётся неподвижным относительно среднего.
4. (2 балла) Найдите ускорение среднего бруска для следующих значений силы F : 5 Н , 15 Н . Ответы дайте в м/с^2 , округлите до целого.

Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Бруски при движении друг с друга не падают.

Подсказка

Для каждой пары соприкасающихся брусков максимальная сила трения покоя равна μN . Найдите, какое наибольшее ускорение она может сообщить телам, которые должны двигаться вместе с ведомым бруском.

Ответ

1) 10 Н; 2) 10 Н; 3) 12 Н; 4) 1 м/с^2 и 6 м/с^2 .

3 Отделяются от аппарата

От космического аппарата массой 1 т, который изначально находится в состоянии покоя, поочерёдно в одном направлении отстреливаются два одинаковых отработавших модуля. При отделении от аппарата каждый модуль получает скорость 10 м/с относительно оставшейся части аппарата. Масса каждого модуля составляет 250 кг. Сопротивление движению и сила тяги отсутствуют. Масса модулей включена в начальную массу системы.

1. (1 балл) Чему стала равна скорость аппарата v_1 после отделения первого модуля?

Варианты ответа: № 1 — $v_1 = 10,0 \text{ м/с}$; № 2 — $7,5 \text{ м/с}$; № 3 — $5,0 \text{ м/с}$; № 4 — $3,0 \text{ м/с}$; № 5 — $2,5 \text{ м/с}$; № 6 — $1,5 \text{ м/с}$.

2. (1 балл) Найдите скорость аппарата v_2 после отделения второго модуля.

Варианты ответа: № 1 — $v_2 = 10,0 \text{ м/с}$; № 2 — $7,5 \text{ м/с}$; № 3 — $6,0 \text{ м/с}$; № 4 — $5,0 \text{ м/с}$; № 5 — $3,0 \text{ м/с}$; № 6 — $2,5 \text{ м/с}$.

В случае вопроса, предполагающего выбор значения, в ответе следует указать номер столбца, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

Подсказка

Запишите закон сохранения импульса в системе отсчёта, где аппарат вместе с модулями вначале покоится. Скорость модуля относительно аппарата равна разности их скоростей.

Ответ

1) ответ 5: $v_1 = 2,5 \text{ м/с}$; 2) ответ 3: $v_2 \approx 6 \text{ м/с}$.

4 Максимальный угол вылета

Ядро атома массой $6m$, скорость которого равна v , налетает на неподвижное ядро массой m . В результате столкновения состояние налетающего ядра не изменяется, оно рассеивается на некоторый угол, а ядро массой m переходит в возбуждённое состояние и начинает двигаться. Величина энергии возбуждения равна $\frac{9mv^2}{28}$ (на эту величину уменьшается суммарная кинетическая энергия ядер).

1. (3 балла) Во сколько раз скорость ядра массой m после столкновения в системе центра масс ядер меньше скорости v ? Ответ округлите до целого.

2. (3 балла) Определите максимальное значение угла между вектором скорости лёгкого ядра после столкновения и вектором скорости тяжёлого ядра до столкновения в лабораторной системе отсчёта. Ответ дайте в градусах, округлите до целого.

Подсказка

Перейдите в систему центра масс: там суммарный импульс равен нулю, а скорость лёгкого ядра после удара фиксирована по модулю, но произвольна по направлению. Как сложить её со скоростью центра масс, чтобы угол был наибольшим?

Ответ

1) $v/u'_2 \approx 2$ (точно $7/3$); 2) $\beta_{\max} = 30^\circ$.

Решение

1) Пусть v — скорость тяжёлого ядра до столкновения, тогда скорость центра масс равна $V = \frac{6v}{7}$. Энергия центра масс равна $\frac{7mV^2}{2} = \frac{7mv^2 \cdot 36}{2 \cdot 49} = \frac{18}{7}mv^2$, она не меняется в процессе столкновения. Суммарная энергия ядер в системе центра масс до столкновения равна $\frac{3mv^2}{7}$. После столкновения суммарная энергия ядер становится равна

$$T'_\Sigma = \frac{3mv^2}{7} - \frac{9mv^2}{28} = \frac{3mv^2}{28}.$$

В системе центра масс суммарный импульс ядер равен нулю, следовательно, модули импульсов равны, поэтому отношение кинетических энергий ядер после столкновения равно обратному отношению их масс:

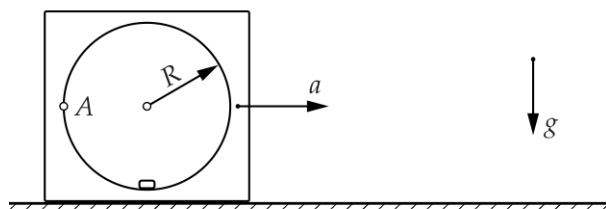
$$\frac{T'_2}{T'_1} = \frac{(p'_2)^2}{2m_2} : \frac{(p'_1)^2}{2m_1} = \frac{m_1}{m_2} = 6.$$

Таким образом, кинетическая энергия лёгкого ядра после столкновения в системе центра масс равна $T'_2 = \frac{6}{7}T'_\Sigma = \frac{18mv^2}{14^2}$, а искомая скорость лёгкого ядра после столкновения равна $u'_2 = \sqrt{\frac{2T'_2}{m}} = \frac{3v}{7}$. Она в $\frac{7}{3}$ раз меньше v . Округляя, получаем ответ: $\frac{v}{u'_2} \approx 2$.

2) Скорость лёгкого ядра после столкновения в лабораторной системе равна векторной сумме $\vec{v}'_2 = \vec{V} + \vec{u}'_2$. В треугольнике скоростей, соответствующем этому равенству, длины двух сторон V и u'_2 фиксированы, а значения длины третьей стороны и углов могут быть различными. Максимальному углу вылета соответствует треугольник с прямым углом между сторонами v'_2 и u'_2 . В этом случае $\sin \beta_{\max} = \frac{u'_2}{V} = \frac{1}{2}$. Иначе говоря, $\beta_{\max} = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ$.

5 Шайба в полости и ускорение

На горизонтальной протяжённой плоскости находится брусок, в котором сделана шарообразная полость радиусом $R = 0,2$ м (см. рисунок, представленный ниже). В нижней точке полости лежит маленькая шайба. Изначально система покоится. В некоторый момент брусок начинает двигаться горизонтально с ускорением a под действием внешней силы. Шайба при этом тоже приходит в движение. Трение в системе отсутствует. Ускорение свободного падения g считайте равным 10 м/с².



1. (1 балл) При каком минимальном значении $a_{\min}$ ускорения бруска шайба в процессе движения достигнет точки А? Ответ дайте в м/с², округлите до целого.
2. (2 балла) Пусть ускорение бруска равно $a = g\sqrt{3}$. Найдите скорость шайбы относительно полости в момент, когда она проходит точку А, лежащую на горизонтальном диаметре полости. Ответ дайте в м/с, округлите до десятых.

Подсказка

Перейдите в систему отсчёта бруска: там на шайбу действует ещё и сила инерции, то есть вместо $\vec{g}$ можно ввести эффективное ускорение свободного падения. Куда оно направлено и чему равно?

Ответ

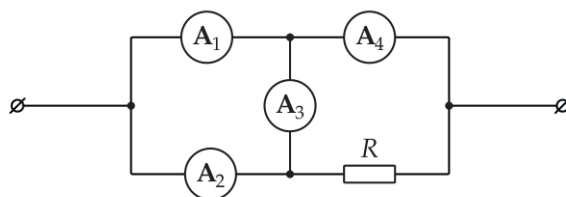
$$1) a_{\min} = g = 10 \text{ м/с}^2; \quad 2) v = \sqrt{2gR(\sqrt{3} - 1)} \approx 1,7 \text{ м/с}.$$

Решение

Перейдём в неинерциальную систему отсчёта, связанную с бруском. Сила инерции, возникающая в этой системе отсчёта, может быть учтена введением эффективного ускорения свободного падения $\vec{g}_{\text{эфф}} = \vec{g} - \vec{a}$. В условиях второго вопроса $\vec{g}_{\text{эфф}}$ составляет угол $\pi/6$ с горизонтом, при этом $|\vec{g}_{\text{эфф}}| = 2g$. Искомая относительная скорость находится по закону сохранения энергии.

6 Резистор и приборы

Четыре одинаковых амперметра и резистор соединены в цепь, представленную на рисунке. Выводы цепи подключены к источнику постоянного напряжения. Амперметр A_1 показывает ток 4 А. Сопротивление резистора в 3 раза больше собственного сопротивления амперметра.



1. (2 балла) Найдите показания амперметра A_3 . Ответ дайте в амперах, округлите до целого.
2. (1 балл) Что показывает амперметр A_2 ? Ответ дайте в амперах, округлите до целого.

Подсказка

Амперметры имеют одинаковое сопротивление r , а у резистора оно равно $3r$. Обозначьте потенциалы узлов и составьте уравнения для токов через узлы схемы.

Ответ

$$1) I_3 = 1 \text{ А}; \quad 2) I_2 = 3 \text{ А}.$$