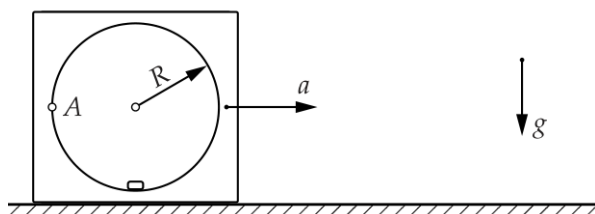


МОШ, 2024/25, отборочный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Шайба в полости и ускорение

На горизонтальной протяжённой плоскости находится брусок, в котором сделана шарообразная полость радиусом $R = 0,2$ м (см. рисунок, представленный ниже). В нижней точке полости лежит маленькая шайба массой $m = 0,1$ кг. Изначально система покоится. В некоторый момент брусок начинает двигаться горизонтально с ускорением a под действием внешней силы. Шайба при этом тоже приходит в движение. Трение в системе отсутствует. Ускорение свободного падения g считайте равным 10 м/с^2 .



1. (1 балл) При каком минимальном значении $a_{\min}$ ускорения бруска шайба в процессе движения достигнет точки A? Ответ дайте в м/с^2 , округлите до целого.
2. (2 балла) Пусть ускорение бруска равно $a = g\sqrt{3}$. Определите силу, с которой шайба действует на брусок, когда она проходит точку A, лежащую на горизонтальном диаметре полости. Ответ дайте в ньютонах, округлите до целого.

Подсказка

В системе отсчёта бруска добавляется сила инерции. Как выглядит движение шайбы в поле «эффективной» силы тяжести, и где в этом поле «нижняя» точка?

Ответ

1) $a_{\min} = g = 10 \text{ м/с}^2$; 2) $N = mg(3\sqrt{3} - 2) \approx 3 \text{ Н}$.

Решение

Перейдём в неинерциальную систему отсчёта, связанную с бруском. Сила инерции, возникающая в этой системе отсчёта, может быть учтена введением эффективного ускорения свободного падения $\vec{g}_{\text{эфф}} = \vec{g} - \vec{a}$. В условиях второго вопроса $\vec{g}_{\text{эфф}}$ составляет угол $\pi/6$ с горизонтом, при этом $|\vec{g}_{\text{эфф}}| = 2g$.

2 Треугольный цикл

Рабочим телом тепловой машины является идеальный двухатомный газ. Машина работает по циклу, состоящему из трёх процессов: нагревания при постоянном объёме, изобарного расширения и процесса, в котором давление изменяется пропорционально объёму. КПД этого цикла равен $\frac{100}{31}\%$. Определите отношение максимальной температуры газа в цикле к минимальной. Ответ округлите до целого.

Подсказка

Выразите КПД через отношение максимального давления к минимальному; температуры в вершинах цикла связаны с этим отношением.

Ответ

$$T_{\max}/T_{\min} = 2,25 \approx 2.$$

Решение

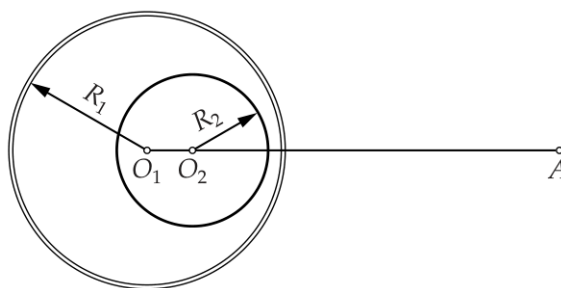
Пусть отношение максимального давления к минимальному равно α , тогда таким же будет и отношение максимального объёма к минимальному. Если минимальная температура равна T_0 , то максимальная равна $T_0\alpha^2$, а КПД цикла даётся формулой

$$\eta = \frac{(\alpha - 1)}{5 + 7\alpha} \cdot 100\%.$$

Подставляя данные в условии значения, находим $\alpha = 1,5$. Таким образом, искомое отношение равно $\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \alpha^2 = 2,25 \approx 2$.

3 Потенциалы

Внутри сферической проводящей оболочки радиусом $R_1 = 30$ см с центром в точке O_1 располагается металлический шарик радиусом $R_2 = 18$ см. Центр шарика находится в точке O_2 , так что точка O_1 оказывается лежащей внутри шарика, как показано на рисунке.



Заряды оболочки и шарика равны $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 2$ нКл соответственно, разность потенциалов шарика и оболочки равна $U = 45$ В. Потенциал бесконечно удалённых точек равен нулю. Значение комбинации постоянных $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ можно считать равным $9 \cdot 10^9$ (В·м)/Кл. Ответы на вопросы задачи дайте в вольтах, округлите до целого.

1. (2 балла) Чему равен потенциал точки A , лежащей на расстоянии $3R_1$ от центра сферической оболочки O_1 ?

2. (2 балла) Определите потенциал точки O_2 .
3. (2 балла) Найдите потенциал поля зарядов оболочки в точке O_2 .

Подсказка

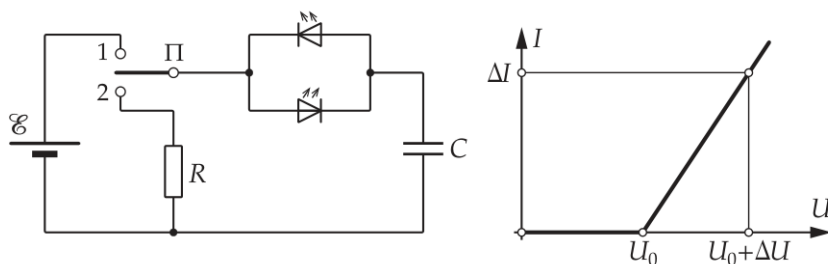
Снаружи сферически симметричная система создаёт поле точечного заряда $q_1 + q_2$ в центре. Потенциал оболочки равен потенциалу на её поверхности, а шарик отличается от неё на заданную разность U .

Ответ

1) $\varphi_A = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 3R_1} \approx 30 \text{ В}$; 2) $\varphi_{O_2} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_1} + U \approx 135 \text{ В}$; 3) $\varphi'_{O_2} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_1} + U - \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \approx 35 \text{ В}$.

4 Конденсатор и светодиоды

В цепи, схема которой изображена на рисунке слева, конденсатор изначально не заряжен, обозначенные на схеме параметры считаются известными, переключатель Π находится в среднем положении. Вольт-амперная характеристика светодиода изображена на рисунке справа, при этом $U_0 = \mathcal{E}/5 = 1 \text{ В}$, $\Delta U = \Delta I R$, $R = 10 \text{ Ом}$.



Переключатель перекидывают на короткое время τ ($\tau \ll RC$) в положение 1, а затем мгновенно на такое же время в положение 2. Эти две операции повторяют без остановки снова и снова.

1. (4 балла) Определите среднее напряжение на конденсаторе спустя длительное время после начала процесса. Ответ дайте в вольтах, округлите до целого.
2. (2 балла) Чему равна средняя мощность, выделяющаяся на светодиодах через большое время после начала процесса? Ответ дайте в Вт, округлите до десятых.

Подсказка

Спустя долгое время напряжение на конденсаторе почти постоянно, значит, средний заряд, пришедший за один период, равен ушедшему. Учтите, что в положении 2 ток течёт через резистор R и диод в другую сторону.

Ответ

1) $U_C = 3\mathcal{E}/5 = 3 \text{ В}$; 2) $\langle P \rangle = 0,2 \text{ Вт}$.

Решение

а) В квазистационарном режиме (который установится спустя длительное время после начала процесса) напряжение на конденсаторе U_C будет изменяться крайне незначительно. Поскольку переключатель одинаковое время находится в положениях 1 и 2, токи зарядки и разрядки конденсатора должны быть равны. Этот факт отражает уравнение

$$\frac{\mathcal{E} - U_0 - U_C}{R} = \frac{U_C - U_0}{2R},$$

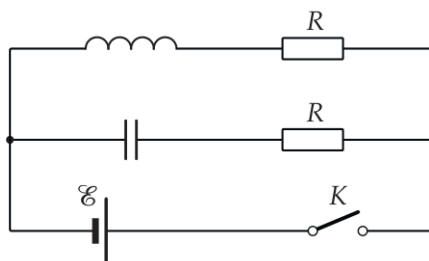
решая которое находим искомое напряжение: $U_C = \frac{2\mathcal{E} - U_0}{3} = \frac{3\mathcal{E}}{5}$.

б) Средняя мощность, выделяющаяся на светодиодах, равна

$$\langle P \rangle = (\mathcal{E} - U_C)I = \frac{(\mathcal{E} - U_C)(\mathcal{E} - U_C - U_0)}{R} = \frac{2\mathcal{E}^2}{25R} = 0,2 \text{ Вт.}$$

5 Неизвестные параметры

В цепи, схема которой представлена на рисунке, конденсатор изначально не заряжен, ключ разомкнут, внутреннее сопротивление батареи равно нулю. ЭДС батареи и сопротивление резистора равны $\mathcal{E} = 5 \text{ В}$ и $R = 5 \text{ Ом}$ соответственно. Ключ замыкают и ждут установления стационарного режима. При этом на резисторе, присоединённом к конденсатору, выделяется количество теплоты $Q_1 = 25 \text{ мкДж}$. После того как напряжение на конденсаторе и ток через катушку установятся, ключ размыкают, и за большое время после этого на резисторе, присоединённом к конденсатору, выделяется количество теплоты $Q_2 = 25 \text{ мкДж}$.



1. (2 балла) Найдите ёмкость конденсатора. Ответ дайте в мкФ, округлите до целого.
2. (2 балла) Чему равна индуктивность катушки? Ответ дайте в мкГн, округлите до целого.

Подсказка

При зарядке конденсатора от источника выделившееся в резисторе тепло равно энергии заряженного конденсатора. После размыкания ключа вся запасённая энергия обеих реактивных ветвей уходит в тепло.

Ответ

$$1) C = \frac{2Q_1}{\mathcal{E}^2} = 2 \text{ мкФ}; \quad 2) L = \frac{2Q_2 - Q_1}{\mathcal{E}^2} \cdot 2R^2 = 50 \text{ мкГн.}$$

6 Расстояние до зеркала

За линзой с оптической силой 5 дптр на расстоянии x от неё располагается плоское зеркало. Плоскости зеркала и линзы параллельны. На оптический центр линзы под малым углом к оптической оси падает луч света. Он проходит через линзу, отражается от зеркала и вторично проходит через линзу. Определите расстояние x от зеркала до линзы в двух случаях:

1. (1 балл) выходящий из системы луч распространяется параллельно главной оптической оси;
2. (1 балл) выходящий из системы луч распространяется параллельно падающему.

Ответы дайте в см, округлите до целых.

Подсказка

Луч через оптический центр не преломляется. Постройте ход после зеркала и найдите, где должна лежать точка пересечения отражённого луча с линзой, чтобы он вышел нужным образом (учтите фокальную плоскость).

Ответ

$$1) x = \frac{1}{2D} = 10 \text{ см}; \quad 2) x = \frac{1}{D} = 20 \text{ см}.$$