

# МОШ, 2024/25, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

## 1 В погоне за нулём

Колесо радиусом  $R = 50$  см движется без проскальзывания по горизонтальной поверхности, при этом его ось движется с ускорением  $a = 1 \text{ м/с}^2$ . Спустя какое время после начала движения колеса ускорение некоторой его точки, находящейся на расстоянии  $r = 25$  см от оси, будет равно нулю?

Подсказка

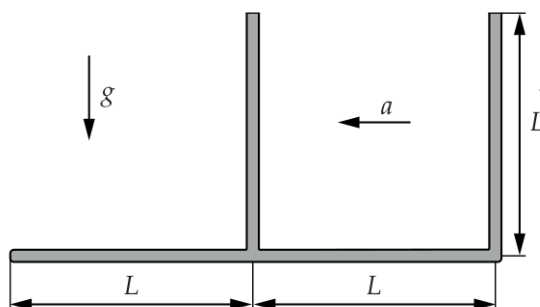
Перейдите в систему отсчёта, связанную с осью колеса: там точка вращается по окружности с касательным и нормальным ускорениями. Ускорение точки в лабораторной системе обращается в нуль, когда эти два ускорения в сумме компенсируют ускорение оси.

Ответ

$t \approx 0,93 \text{ с.}$

## 2 F-ускорение

F-образную трубку целиком заполнили ртутью, как показано на рисунке. Длина каждого колена трубки равна  $L = \frac{p_0}{3\rho g}$ , где  $p_0$  — атмосферное давление,  $\rho$  — плотность ртути,  $g$  — ускорение свободного падения. Трубку начинают двигать горизонтально с плавно возрастающим ускорением  $a$  (см. рисунок). Площадь сечения трубки  $S$  мала ( $\sqrt{S} \ll L$ ). Давлением паров ртути можно пренебречь.



1. Определите объём вылившейся из трубки ртути, когда ускорение станет равным  $g$ . Чему равно давление ртути на левом конце горизонтальной части трубки в этот момент времени?
2. Рассчитайте суммарный объём воздуха в трубке при ускорении, равном  $3g$ . Приведите схематический рисунок распределения ртути в трубке.
3. Ответьте на вопросы пункта б) для случая  $a = 4g$ .

**Подсказка**

В ускоренно движущейся трубке давление в ртути растёт вдоль направления, противоположного ускорению, на  $\rho a$  на единицу длины. Следите за тем, где давление на конце столбика упало бы ниже нуля: там ртуть оторвётся и образуется воздушная полость.

**Ответ**

1)  $V_1 = Sl, p = 2\rho gl$ ; 2)  $V_{B2} = \frac{5}{3}Sl$ ; 3)  $\frac{7}{4}Sl$ .

### 3 Оболочка на весах

Оболочку с тонкими и плохо проводящими тепло стенками из нерастяжимого гибкого полиэтилена взвесили, когда в ней не было воздуха, получилось значение массы  $M = 5$  г. Затем с помощью насоса через трубку с небольшим сечением  $S = 0,2 \text{ см}^2$  за весьма короткое время  $\tau = 5$  с оболочку заполнили до объёма  $V = 10$  литров воздухом, который брался снаружи, и сразу же взвесили получившийся мешок с воздухом на тех же весах. Получили значение  $0,95M$ . Через большое время, когда установилось тепловое равновесие, результат взвешивания для оболочки с воздухом снова оказался  $M$ . Давление воздуха внутри оболочки и вне её всегда равно  $p_0 = 10^5$  Па. Найдите температуру  $T_0$  окружающего воздуха.

**Подсказка**

Показание весов отличается от массы оболочки на вес вытесненного воздуха, поэтому по разности показаний можно найти плотность воздуха снаружи и внутри. Для нагретого при быстром заполнении газа запишите закон сохранения энергии с учётом кинетической энергии вытекающей струи.

**Ответ**

$T_0 = (261 \pm 1) \text{ К}$ .

### 4 Треугольник-звезда

Известно, что любая схема, с тремя выводными контактами, состоящая из идеальных источников напряжения и резисторов, может быть представлена в виде звезды или треугольника, в ветвях которых стоят идеальные источники питания и сопротивления.

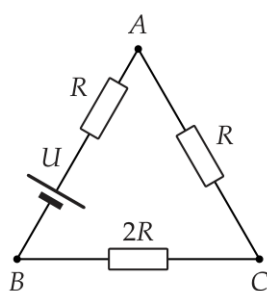


Рис. 1

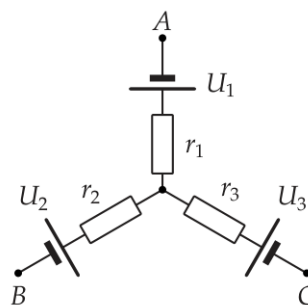


Рис. 2

Пусть в схеме на рис. 1 известны сопротивления и напряжение источника. Проведите эквивалентную замену схемы, изображённой на рис. 1, схемой, изображённой на рис. 2. Для этого рассчитайте, чему могут быть равны сопротивления резисторов и напряжения источников

питания в эквивалентной цепи. Укажите, будет ли такое решение единственным? Свой ответ обоснуйте.

**Подсказка**

Сопротивления звезды находятся из условия, что сопротивление между любой парой выводов у обеих схем одинаково (при выключенных источниках). Для напряжений сравните токи или напряжения на выводах при разных способах подключения.

**Ответ**

$$r_1 = \frac{R}{4}; r_2 = \frac{R}{2}; r_3 = \frac{R}{2}; \text{ решение не единственно.}$$

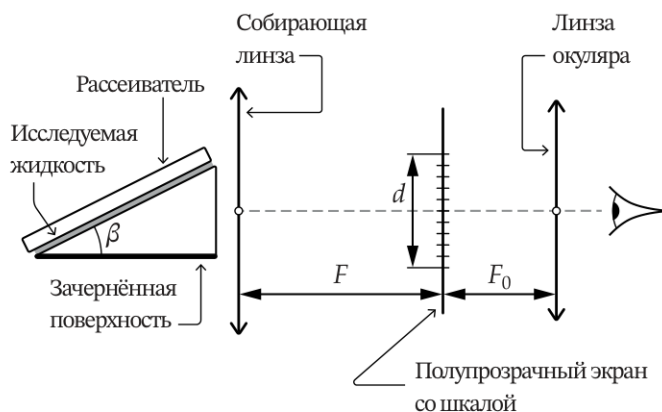
## 5 Рефрактометр

Рефрактометрия — один из наиболее удобных способов определения концентрации примесей в жидкости путём измерения её показателя преломления.

Простейший рефрактометр представляет собой тубус (см. рисунок, представленный выше), на одном конце которого расположена призма с полированной скошенной гранью. На эту грань наносится капля исследуемой жидкости, которая затем прижимается к поверхности рассеивателем. Рассеиватель обеспечивает освещение жидкости под всеми углами. На другом конце тубуса находится окуляр. При наблюдении через окуляр при направлении яркого света на рассеиватель, видна шкала, часть которой освещена, а часть — нет. Граница между освещённой и неосвещённой областями определяет показатель преломления жидкости, однозначно связанный с концентрацией примесей.



Принципиальная оптическая схема рефрактометра показана на рисунке, представленном ниже.



За призмой, внутри тубуса, расположена собирающая линза. В её фокальной плоскости находится полупрозрачный матовый экран со шкалой, рассматриваемый через окуляр. В простейшем варианте окуляр представляет собой одну линзу, а экран расположен в её фокальной плоскости. Предполагается отсутствие отражения света от зачернённой поверхности призмы.

Предположим, что необходимо спроектировать рефрактометр для измерения объёмной концентрации спирта в воде с пределом измерения 60%. Призма рефрактометра изготовлена из стекла с показателем преломления  $n = 1,500$ .

1. Какова величина угла  $\beta$  при вершине призмы, если при помещении на скошенную грань призмы 30%-ного раствора спирта с показателем преломления  $n_{30} = 1,350$  граница освещённой области на экране пересекается с оптической осью линзы?
2. Рассчитайте длину шкалы  $d$  (см. рисунок) на полупрозрачном экране. Фокусное расстояние линзы  $F = 10$  см. Показатель преломления чистой воды  $n = 1,333$ , 60%-ного раствора спирта —  $n_{60} = 1,362$ .
3. Шкала рефрактометра должна иметь цену деления 1%. Будем считать, что человеческому глазу комфортно различать предметы на далёком расстоянии, если угловое расстояние между ними не менее  $\varphi = 15'$  (15 угловых минут). Рассчитайте максимально возможное фокусное расстояние окуляра  $F_{\max}$ .

#### Подсказка

Границу света и тени задают лучи, идущие в жидкости под предельным углом полного отражения на границе стекло—жидкость. Луч, пересекающий главную оптическую ось линзы, выходит из призмы без преломления.

#### Ответ

- 1)  $\beta = 25,8^\circ$ ; 2)  $d = 6,6$  мм; 3)  $F_{\max} = 25,2$  мм.