

МОШ, 2024/25, заключительный этап, 9 класс

Условия и ответы

1 Часы PSR B1937+21

В современной метрологии эталонным прибором для измерения времени являются атомные часы. Перспективной альтернативой атомным часам могут стать пульсары — быстро вращающиеся нейтронные звезды. Некоторые пульсары обладают поразительной стабильностью вращения, испуская при каждом обороте звезды (через равные промежутки времени) радиосигналы, которые могут быть зарегистрированы на Земле. Пульсар PSR B1937+21 — яркий тому пример.

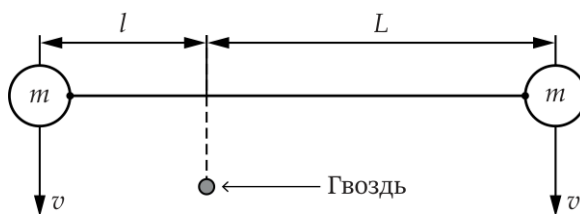
Период вращения пульсара PSR B1937+21 равен $T = 1,557806449$ мс, начальная погрешность измерения этого значения равна $\Delta T_0 = 5 \cdot 10^{-12}$ с. Скорость вращения пульсара может немного изменяться из-за внутренних процессов в звезде. Для учёта этого фактора будем считать, что погрешность периода пульсара увеличивается линейно со временем: $\Delta T(t) = \Delta T_0 + \alpha t$, где $\alpha = 7 \cdot 10^{-21}$ — скорость изменения погрешности. Предположим, что часы на основе пульсара используются для измерения большого промежутка времени t . При каком значении t накопленная погрешность измерения станет равна 1 секунде? Считайте, что среднее значение периода вращения пульсара постоянно и равно T . Ответ выразите в годах.

Ответ

$$t = (8,3 \pm 0,1) \text{ лет.}$$

2 Нецентральный удар

Две одинаковые шайбы массой m , связанные нерастяжимой лёгкой нитью, движутся по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью v , как показано на рисунке.



Нить не провисает, но и не натянута. В процессе движения нить налетает на гвоздь. Длины отрезков нити между шайбами и гвоздём равны l и L . Трение между нитью и гвоздём отсутствует.

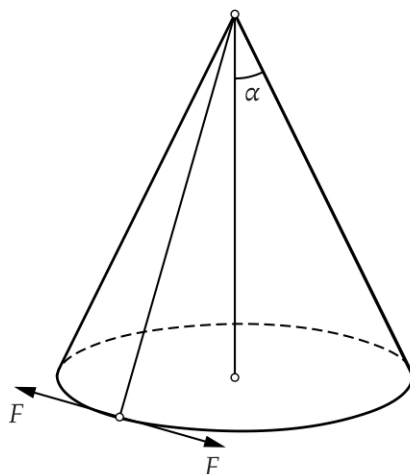
1. Найдите силу натяжения нити сразу после того, как нить коснётся гвоздя, а также ускорение точки нити, соприкасающейся с гвоздём в этот момент времени.
2. Определите радиусы кривизны траекторий шайб в момент, когда нить коснётся гвоздя.

Ответ

$$1) T = mv^2 \frac{L+l}{2Ll}, \quad a = v^2 \frac{L-l}{2Ll}; \quad 2) R = \frac{2Ll}{L+l}.$$

3 Бумажный конус

Из листа бумаги в форме сектора круга свернули конус массы m с углом раствора 2α . Конус помещают на горизонтальную поверхность стола, прогибания бумаги не происходит. Трение между бумагой и столом отсутствует. Чтобы под действием силы тяжести конус не развалился, к краям бумаги, расположенным на линии разреза, прикладывают пару сил величиной F , направленных по касательной к окружности основания конуса (см. рисунок). Распределение массы по листу считайте однородным. Пренебрегая всеми эффектами, связанными с изгибом, найдите значение силы F .



Ответ

$$F = \frac{mg}{6\pi} \operatorname{tg} \alpha.$$

4 Остывание бульона

Школьник исследовал остывание жидкостей в термосе. Он обнаружил, что остывание одного литра бульона с 95°C до 90°C в открытом термосе происходит за $t_1 = 100$ с, а в закрытом тонкой фольгой за $t_2 = 180$ с. С другой стороны, он заметил, что вода того же объёма остывает с 95°C до 90°C в открытом термосе за $t_3 = 80$ с. Считайте, что остывание жидкости происходит за счёт испарения воды и конвекции воздуха, граничащего с её поверхностью. При этом часть поверхности бульона покрыта жиром, испарения с этой части поверхности не происходит. Если бульон накрыть фольгой, испарение практически прекращается. В рассматриваемом температурном диапазоне теплотери можно считать постоянными, фольга и жировой слой на поверхности не оказывают существенного влияния на теплотери, осуществляемые посредством конвекции.

Теплоёмкость и плотность бульона и воды совпадают. Удельная теплоёмкость и удельная теплота парообразования воды равны соответственно $c = 4200$ Дж/(кг·°C) и $L = 2,3$ МДж/кг.

1. Рассчитайте, какая часть площади поверхности бульона покрыта жиром?

2. Рассчитайте, какая масса воды испарилась с поверхности бульона за время его остывания с 95°C до 90°C .

Ответ

- 1) 36%; 2) 4 г.

5 Мост Томсона

Одной из проблем при измерении малых сопротивлений является сравнительно большое сопротивление подводящих проводов и контактов этих проводов с измеряемым сопротивлением. Опишем такое малое сопротивление R с суммарным сопротивлением подводящих проводов r (включая контактные сопротивления) простейшей эквивалентной схемой, изображённой на рисунке 1.

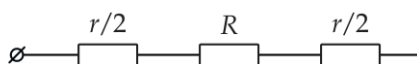


Рис. 1

Так, например, при сравнении двух малых сопротивлений R_1 и R_2 с помощью мостиковой схемы Уитстона (схема на рисунке 2), возникает ошибка, связанная с наличием контактного сопротивления.

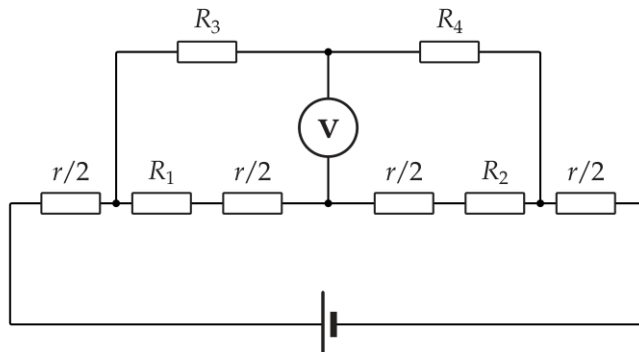


Рис. 2

Для исключения этой ошибки Уильямом Томсоном была предложена более сложная схема сравнения сопротивлений (см. рисунок 3), которая в дальнейшем приобрела название «мост Томсона».

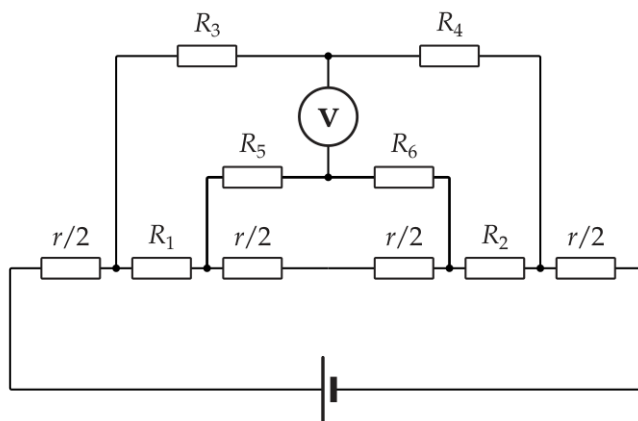


Рис. 3

1. Рассчитайте сопротивление R_1 в схеме на рисунке 3, если напряжение, регистрируемое вольтметром, равно нулю (мост сбалансирован). Считайте остальные сопротивления, включая сопротивление подводящих проводов, известными.
2. При каком соотношении между сопротивлениями R_3, R_4, R_5, R_6 ответ на первый вопрос не зависит от r ?
3. Технически наиболее удобно выбирать сопротивления R_3, R_4, R_5, R_6 много большими сопротивлений R_1, R_2 и сопротивления подводящих проводов r . Дайте ответ на вопрос пункта а) с учётом этого приближения (округлив ответ до первого порядка малости).

Ответ

$$1) R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} + \frac{r}{r + R_5 + R_6} \left(\frac{R_3 R_6}{R_4} - R_5 \right); \quad 2) R_3 R_6 = R_4 R_5; \quad 3) R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}.$$