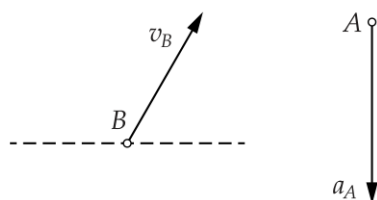


МОШ, 2025/26, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Кинематическое построение

Плоский диск вращается вокруг своей оси симметрии, закреплённой вертикально. Точки A и B принадлежат этому диску. На рис. 1 изображены вектор ускорения точки A и вектор скорости точки B . Известно, что вектор ускорения точки B лежит на прямой, показанной на рис. 1 пунктиром.



1. С помощью циркуля и линейки постройте вектор скорости точки A и вектор ускорения точки B , кратко обосновав выполненное построение (описывать стандартные построения не требуется). При построении соблюдайте пропорциональность: длины отрезков, изображающих векторы (например, скорости), должны соотноситься на рисунке так же, как модули соответствующих физических величин.

Построения в задачах 1 и 2 выполняются на выданном дополнительном листе, который необходимо сдать вместе с работой.

Подсказка

У всех точек диска в данный момент угол между полным ускорением и скоростью один и тот же, а модули v и a пропорциональны расстоянию до оси. Где лежит мгновенный центр вращения?

2 Оптическое построение

На рис. 2 изображены три точки O , S_1 и S_2 , лежащие на одной прямой. Точка O является оптическим центром идеальной собирающей линзы, а точки S_1 и S_2 — источником и его изображением в этой линзе. Идеальной называется тонкая линза, в которой любые лучи, в том числе идущие под большими углами к оптической оси, преломляются как параксиальные (приосевые).



Рис. 2

1. С помощью циркуля и линейки определите положение ближайшего к S_1 фокуса линзы в случае, когда прямая OS_1S_2 является её главной оптической осью.

- Постройте геометрическое место точек (ГМТ), в которых может располагаться один из фокусов этой линзы, если положение её главной оптической оси в плоскости рисунка произвольно.

Кратко обоснуйте выполненные построения (стандартные построения обоснования не требуют).

Подсказка

Для оси, поворнутой на угол φ , формула линзы сохраняет вид, но расстояния пересчитываются с множителем $\cos \varphi$. Как связаны между собой положения фокуса для разных осей, проходящих через O ?

3 С общим эмиттером

Биполярный *nnp*-транзистор — полупроводниковый прибор с тремя выводами: эмиттером, коллектором и базой. Эти выводы обозначены соответствующими буквами на схеме, приведённой на рис. 3, где показана схема упрощённого усилительного каскада на транзисторе. Эта схема предназначена для увеличения амплитуды сигнала, то есть переменной составляющей входного напряжения. Если на вход подаётся напряжение вида

$$U_{\text{вх}}(t) = U_0 + U_1 \sin(\omega t),$$

где U_0 (напряжение смещения базы) и ω (круговая частота) — постоянные величины, а U_1 — амплитуда сигнала, то напряжение на высокоомной нагрузке $R_{\text{н}}$, подключённой к выходу (между эмиттером и коллектором), также содержит постоянную и переменную составляющие. При этом выходной сигнал имеет практически синусоидальную форму (искажения обычно не превышают нескольких процентов), а его амплитуда U_2 в несколько раз превышает амплитуду входного сигнала U_1 .

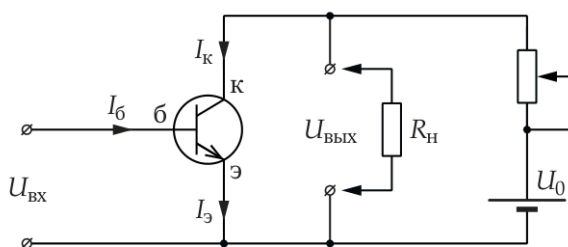


Рис. 3

Основной характеристикой усилительного каскада является коэффициент усиления по напряжению — модуль отношения амплитуд выходного и входного сигналов: $K_U = \left| \frac{U_2}{U_1} \right|$.

Пусть напряжение смещения базы и амплитуда входного сигнала равны соответственно $U_0 = 0,7$ В и $U_1 = 0,2$ мВ.

Входная характеристика транзистора, то есть зависимость тока базы $I_б$ от напряжения между базой и эмиттером $U_{бэ}$, задаётся соотношением

$$I_б = I_{60} \cdot 10^{\left(\frac{U_{бэ}}{U_T} - 12 \right)}.$$

Здесь $U_T = 0,06$ В, $I_{60} = 5$ мкА. Для наглядности на рис. 4 приведён график этой зависимости для напряжений, близких к напряжению смещения базы.

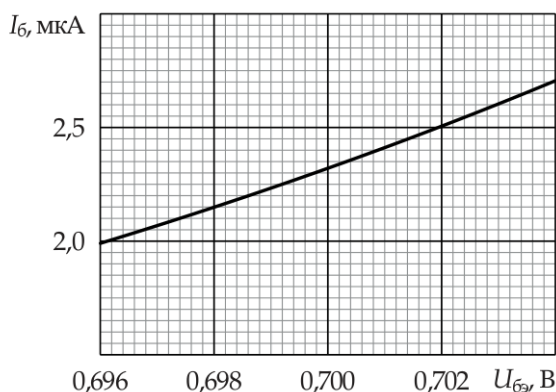


Рис. 4

Зависимость тока коллектора I_k от напряжения между коллектором и эмиттером $U_{кэ}$ в рассматриваемой области токов и напряжений параметрически зависит от тока базы $I_б$ и описывается формулой

$$I_k = 200 \cdot I_б \left(1 + \frac{U_{кэ}}{U_A} \right),$$

где $U_A = 100$ В. Сопротивление реостата R в схеме на рис. 3 может изменяться от 1 кОм до 10 кОм, напряжение идеального источника $U_0 = 9$ В. Ток через нагрузку R_H пренебрежимо мал по сравнению с током коллектора.

1. Определите для крайних значений сопротивления реостата ток коллектора $I_{к0}$ в отсутствие входного переменного сигнала ($U_1 = 0$).
2. Коэффициент усиления по току $K_I = I_k/I_б$ при заданных параметрах слабо зависит от тока базы. Определите K_I с точностью не хуже 1,0% при $R = 5$ кОм.
3. Какие значения может принимать коэффициент усиления по напряжению K_U ? Укажите границы возможного диапазона с точностью не хуже 2,0%. В рамках данной модели такая точность достижима даже с учётом малых искажений выходного сигнала.

Примечание. Возможно (но не обязательно), при решении вам понадобится формула для производной функции $f(x) = 10^x$ в точке $x = x_0$: $(10^x)'|_{x=x_0} = \ln 10 \cdot 10^{x_0} \approx 2,302585 \cdot 10^{x_0}$.

Подсказка

Выходное напряжение равно $U_{кэ} = U_0 - I_k R$, поэтому ток коллектора выражается через ток базы и R . Для малой амплитуды U_1 связь $I_б(U_{бэ})$ можно линеаризовать, взяв производную в рабочей точке.

Ответ

1) $I_{к0} \approx 503,6$ мкА при $R = 1$ кОм и $I_{к0} \approx 483,5$ мкА при $R = 10$ кОм; 2) $K_I \approx 213,1$; 3) K_U от $\approx 19,3$ (при $R = 1$ кОм) до $\approx 185,5$ (при $R = 10$ кОм).

4 О бусинке и грузе

На гладкое проволочное кольцо радиуса R , закреплённое в вертикальной плоскости, насажена маленькая массивная бусинка массой m . К бусинке прикреплён один конец тонкой нерастяжимой невесомой нити (см. рис. 5). Другой её конец пропущен через маленький идеальный блок и прикреплён к грузу массой km , где k — постоянный коэффициент. Блок закреплён в точке, лежащей на горизонтальном диаметре кольца. Положение бусинки на кольце характеризуется углом φ между направлениями на блок и на бусинку из центра кольца.

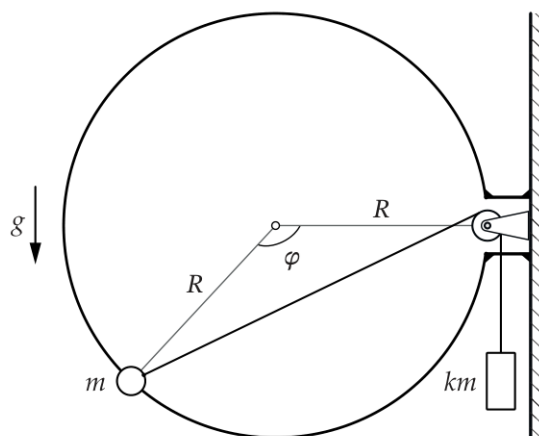


Рис. 5

1. Пусть $k = 1/\sqrt{3}$. Определите угол (или углы), соответствующий положению равновесия бусинки.

В начальный момент времени бусинке, находящейся в положении устойчивого равновесия, сообщают ударом скорость v , направленную вдоль кольца в сторону от блока. При каком минимальном значении скорости $v = v_{\min}$ бусинка сможет достичь блока, двигаясь всё время в одну сторону (по часовой стрелке)?

2. При каких значениях параметра k на кольце отсутствуют точки, в которых бусинка могла бы находиться в состоянии устойчивого равновесия?
3. Пусть теперь между бусинкой и проволокой есть трение, а коэффициент трения зависит от угла как $\mu = \operatorname{tg}(\varphi/2)$. Существует ли для случая равных масс ($k = 1$) положение устойчивого равновесия, при котором $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$? Найдите это положение (или положения) или докажите, что их не существует.

Размерами крепления кольца, блока, бусинки и груза можно пренебречь. Нить достаточно длинна, так что груз не сталкивается с блоком при движении бусинки. На рис. 5 пропорции изменены для наглядности. Ускорение свободного падения равно g .

Подсказка

Выразите потенциальную энергию системы через φ : груз поднимается на величину, равную изменению длины отрезка нити от бусинки до блока. Равновесия — экстремумы этой энергии, устойчивое — минимум.

Ответ

1) $\varphi_1 = 60^\circ$ (устойчивое), $\varphi_2 \approx 250,5^\circ$ (неустойчивое); $v_{\min} \approx 1,74\sqrt{gR}$; 2) при $k > 1$; 3) не существует.

5 В потоке

В задаче рассматривается эффект конденсации водяного пара в областях пониженного давления, возникающих при обтекании препятствий потоком влажного воздуха. Вследствие этого эффекта вблизи задней кромки крыльев и вдоль фюзеляжа самолёта может возникать так называемый «паровой конус».

Далее рассматривается стационарное адиабатическое течение невязкого идеального газа. Это подразумевает, что параметры потока в каждой точке неизменны во времени, теплообмен отсутствует, а внутренним трением можно пренебречь.

Числом Маха $M = \frac{v}{c}$ называется отношение скорости потока v в некоторой точке к скорости звука c в той же точке. Скорость звука определяется формулой

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}.$$

Воздух считайте идеальным газом с показателем адиабаты $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{7}{5}$ и молярной массой $\mu = 29$ г/моль. Адиабатический процесс описывается уравнением $P\rho^{-\gamma} = \text{const}$, где P — давление, а ρ — плотность.

Также считайте известным соотношение, выражающее закон сохранения энергии для стационарного потока (уравнение Бернулли для сжимаемого газа):

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c_P T}{\mu} = \text{const}.$$

- Самолёт летит в воздухе с температурой $T_0 = 295$ К и давлением $P_0 = 101,325$ кПа. В системе отсчёта самолёта скорость набегающего потока вдали от него соответствует числу Маха $M_0 = 0,35$. При обтекании крыльев и некоторых частей фюзеляжа скорость воздуха увеличивается, достигая максимального значения, соответствующего $M_{\text{max}} = 0,5$.

При каком максимальном значении относительной влажности φ_{max} окружающего воздуха образование парового конуса невозможно? Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры представлена на рис. 6.

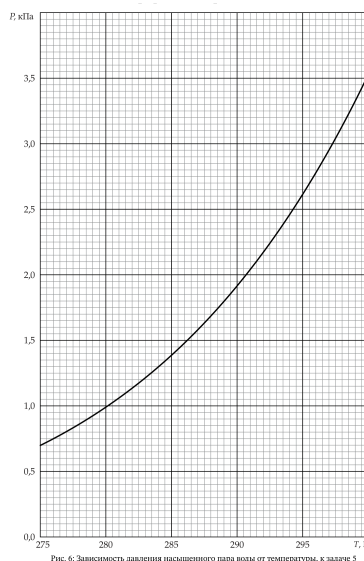


Рис. 6: Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры, к задаче 5

Подсказка

Из уравнения Бернулли найдите, как температура зависит от числа Маха, а по адиабате — как давление пара зависит от температуры. Конденсация начинается там, где скорость максимальна, а температура минимальна.

Ответ

$\varphi_{\text{max}} \approx 69\%$ (при $T_{\text{min}} \approx 287,8$ К).

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2025/26, заключительный этап, 10 класс — условия, решения. Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.