

Несколько опытов со шприцом

Задача 1. [Республиканская олимпиада (Беларусь) 2024/25, 10 класс, экспериментальный тур, задача 2]

Несколько опытов со шприцом. Решение данного задания полностью приведите на рабочих листах!

Оборудование: шприц медицинский 20 мл, термометр электронный, калориметр, стакан 200 мл, штатив, горячая и холодная вода.

Плотность воды считайте равной $\rho_0 = 1,00 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. При выполнении всех пунктов задания кратко опишите, как Вы проводили измерения. При необходимости атмосферное давление на момент проведения опыта Вам будет указано.

Часть 1. Капли. Заполните шприц наполовину водой, остальную часть заполните воздухом. При заполнении шприца несколько раз заполните его полностью и опорожните, чтобы подогреть стенки шприца. Медленно нажимая на поршень, добейтесь устойчивого образования капель, падающих из отверстия шприца.

1.1 Измерьте среднюю массу образующихся капель. Измерения проведите с холодной и горячей водой. Укажите температуру воды, при которой Вы проводили измерения масс капель.

1.2 Сравните полученные массы капель, дайте им качественное объяснение. Укажите, от чего может зависеть масса капли.

Часть 2. Пузырьки. Частично заполните шприц водой. При медленном выдвижении поршня воздух через его отверстие будет заходить в шприц, образуя внутри воды небольшие пузырьки.

2.1 Измерьте средний объём одного пузырька, заходящего в трубку. Измерения проведите при двух температурах воды.

2.2 Сравните полученные объёмы пузырьков, дайте им качественное объяснение. Укажите, от чего может зависеть объём пузырька.

Часть 3. Давление насыщенного пара. Заполните шприц частично горячей водой (её температура должна быть не менее 60°C). Закрепите шприц в штативе вертикально так, чтобы его выходное отверстие располагалось снизу. По мере остывания воды пузырьки воздуха будут проникать внутрь шприца. Обязательно укажите, чему изначально равнялись объёмы воздуха и воды в шприце.

3.1 Подсчитайте число образовавшихся пузырьков. Определите, изменился ли объём воздуха внутри шприца. Укажите значение этого объёма.

3.2 Пренебрегая давлением водяных паров при комнатной температуре, оцените давление насыщенного пара при температуре горячей воды, которую Вы использовали в данном эксперименте.

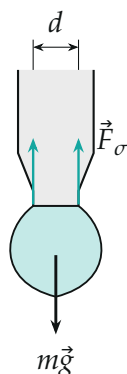
Часть 4. «Абсолютный нуль температуры». Частично заполните шприц горячей водой (не забудьте указать начальные объёмы воды и воздуха в шприце). После этого опустите шприц в холодную воду так, чтобы отверстие шприца находилось внутри холодной воды. По мере остывания шприца холодная вода будет поступать внутрь шприца.

4.1 Считая процесс охлаждения воздуха в шприце изобарным, определите значение абсолютного нуля температуры в градусах Цельсия.

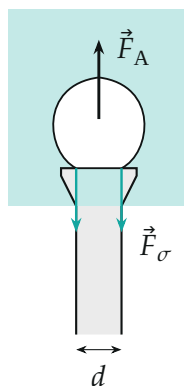
4.2 Дайте качественное объяснение полученному результату.

▲ Решение. Что происходит. Во всех опытах работают одни и те же физические идеи, а измеряются лишь счёт капель, пузырьков и показания шкалы шприца. Капля отрывается, когда её вес сравнивается с силой поверхностного натяжения на шейке; пузырёк — когда сила Архимеда сравнивается с той же силой. Коэффициент поверхностного натяжения воды падает с температурой, поэтому в горячей воде и капли, и пузырьки меньше. В опытах 3–4 воздух в шприце — смесь сухого воздуха и насыщенного водяного пара, и пар вносит заметную поправку: из-за неё «абсолютный нуль» получается совсем не $-273\text{ }^{\circ}\text{C}$, а давление пара можно оценить, пересчитывая баланс воздуха.

Данные. В условии нет результатов измерений: ученик снимает их сам. Ниже приведены *условные данные измерений* — пример обработки с реалистичными числами; метод и формулы от чисел не зависят. Атмосферное давление в примере $P_0 = 99,5\text{ кПа}$, комнатная температура $t_{\text{к}} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Значения σ воды и давления насыщенного пара взяты из таблиц только для сверки результата.



Капля
(часть 1)



Пузырёк
(часть 2)

Отрыв капли (слева): вес mg уравнивается силой поверхностного натяжения по окружности шейки диаметром d . Отрыв пузырька (справа): сила Архимеда уравнивается той же силой.

Часть 1. Капли.

Как измерять. Весов нет, поэтому массу капли находим по объёму: в шприце наполовину налита вода, поршень нажимаем медленно, чтобы капли падали по одной. Считаем число капель N , пока показания шкалы шприца уменьшатся на $\Delta V = 5,0$ мл (шкала — с ценой деления 1 мл, отсчёт $\pm 0,1$ мл). Масса одной капли

$$m = \frac{\rho \Delta V}{N},$$

где ρ — плотность воды при её температуре (из таблицы; при требуемой точности можно взять ρ_0). Температуру воды измеряют электронным термометром, горячую воду держат в калориметре, чтобы она не остыла за время опыта. Шприц предварительно прогревают — иначе вода в нём остынет.

1.1. Результаты (пример).

- холодная вода, $t = 20^\circ\text{C}$: $N = 102$ капли, $m = \frac{0,998 \cdot 5,0 \text{ г}}{102} = 0,049 \text{ г}$;

- горячая вода, $t = 65^\circ\text{C}$: $N = 114$ капель, $m = \frac{0,981 \cdot 5,0 \text{ г}}{114} = 0,043 \text{ г}$.

Погрешность: отсчёт объёма $0,1/5,0 = 2\%$, счёт капель ± 1 из 100 — 1% , вместе около $2,5\%$ (т.е. $\pm 0,001 \text{ г}$).

1.2. Объяснение. В момент отрыва вес капли уравновешен силой поверхностного натяжения, действующей по контуру шейки диаметром d (рисунок): $mg \approx \pi d \sigma$. Из опыта получаем $d = \frac{mg}{\pi \sigma}$; с $\sigma_{20} = 0,0728 \text{ Н/м}$ и $\sigma_{65} = 0,0645 \text{ Н/м}$ находим $d \approx 2,1 \text{ мм}$ в обоих опытах — это размер носика шприца, и он не зависит от температуры. Значит, различие масс (на 12%) объясняется именно уменьшением σ при нагревании: $m_{65}/m_{20} = 0,88 \approx \sigma_{65}/\sigma_{20} = 0,89$. Масса капли зависит от: коэффициента поверхностного натяжения (то есть от температуры, чистоты воды, примесей), размера и смачиваемости носика (диаметра шейки), и мало — от скорости образования (при медленном нажатии).

Часть 2. Пузырьки.

Как измерять. Шприц с водой держим вертикально носиком вниз, медленно выдвигаем поршень и считаем число пузырьков N , вошедших в шприц, пока объём внутри увеличился на $\Delta V = 2,0 \text{ мл}$. Воздух входит при давлении почти равном атмосферному, и весь добавленный объём — это объём пузырьков, поэтому

$$v = \frac{\Delta V}{N}.$$

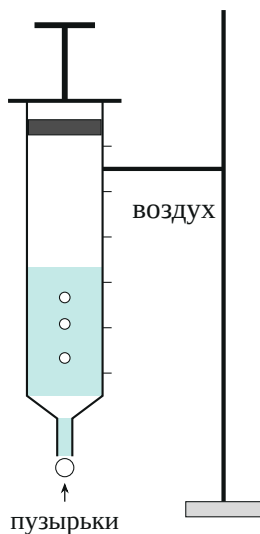
2.1. Результаты (пример). $t = 20^\circ\text{C}$: $N = 41$, $v = \frac{2,0}{41} = 0,049 \text{ мл}$;

$t = 65^\circ\text{C}$: $N = 46$, $v = \frac{2,0}{46} = 0,043 \text{ мл}$. Погрешность около 5% (отсчёт объёма $0,1/2,0$).

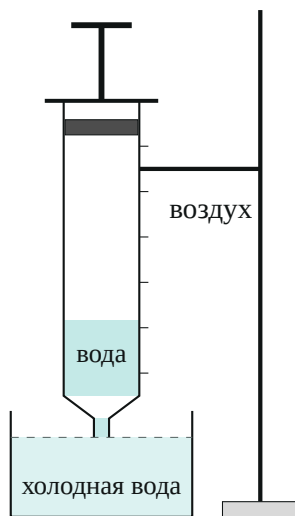
2.2. Объяснение. Пузырёк отрывается, когда сила Архимеда $\rho g v$ сравнивается с силой поверхностного натяжения по шейке: $\rho g v \approx \pi d \sigma$, отсюда $v = \frac{\pi d \sigma}{\rho g}$. С $d = 2,1 \text{ мм}$ из части 1: $v_{20} = \frac{\pi \cdot 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0728}{998 \cdot 9,81} \approx 0,049 \text{ мл}$, $v_{65} \approx 0,044 \text{ мл}$ — совпало с опытом. Объём пузырька зависит от σ (температура, чистота воды), диаметра отверстия, глубины (давление)

ние), и слабо — от скорости вытягивания поршня.

Часть 3. Давление насыщенного пара.



Часть 3: шприц в штативе, носик вниз, поршень закреплён



Часть 4: носик в холодной воде

Схемы опытов 3 и 4. В части 4 вода из стакана входит в шприц по мере остывания воздуха.

Идея. Горячая вода в шприце насыщает воздух паром. Пока вода остывает, пар конденсируется, давление внутри падает ниже атмосферного, и внешний воздух входит в шприц пузырьками. Входит ровно столько воздуха, сколько нужно, чтобы давление снова стало атмосферным: подсчёт этого воздуха и даёт давление пара.

Как измерять. Берём $V_v = 10,0$ мл горячей воды ($t_g = 62^\circ\text{C}$, термометр в калориметре с водой) и столько же воздуха, $V = 10,0$ мл, поршень закрепляем (воздух входит снизу). Считаем пузырьки, пока вода остывает до комнатной температуры $t_k = 20^\circ\text{C}$; затем записываем конечный объём воздуха.

3.1. Результаты (пример). Вошло $n = 64$ пузырька (по $0,049$ мл — из части 2 для холодной воды, где они образовались). Объём воздуха по шкале в конце — тот же, $V = 10,0$ мл, с точностью отсчёта $\pm 0,3$

мл. Так и должно быть: поршень закреплён, воды в шприце столько же (она остыла и сжалась на 1,5 %, то есть на 0,15 мл, что меньше погрешности отсчёта), вытекать ей некуда. Объём воздуха не изменился, но воздуха — количество вещества — стало больше за счёт вошедших пузырьков: суммарно пузырьки при атмосферном давлении занимали $nv = 64 \cdot 0,049 = 3,1$ мл.

3.2. Давление пара. Составим баланс воздуха (сухого). Вначале газ над водой — смесь воздуха и насыщенного пара при давлении P_0 и температуре T_Γ ; парциальное давление воздуха $P_0 - P_\text{н}$, где $P_\text{н}$ — искомое давление пара. Уравнение состояния для воздуха:

$$\nu_1 = \frac{(P_0 - P_\text{н}) V}{RT_\Gamma}.$$

В конце вода холодная, давлением пара по условию пренебрегаем, и в том же объёме V воздух при давлении P_0 (внутри и снаружи давления выравнялись):

$$\nu_2 = \frac{P_0 V}{RT_\text{к}}.$$

Добавился воздух, вошедший пузырьками: каждый имел объём v при давлении P_0 и температуре $T_\text{к}$, всего nv :

$$\nu_2 - \nu_1 = \frac{P_0 nv}{RT_\text{к}}.$$

Подставляем и находим

$$\frac{P_0 V}{RT_\text{к}} - \frac{(P_0 - P_\text{н}) V}{RT_\Gamma} = \frac{P_0 nv}{RT_\text{к}} \quad \Rightarrow \quad P_\text{н} = P_0 \left[1 - \left(1 - \frac{nv}{V} \right) \frac{T_\Gamma}{T_\text{к}} \right].$$

Числа: $\frac{nv}{V} = 0,31$, $\frac{T_\Gamma}{T_\text{к}} = \frac{335,2}{293,2} = 1,143$:

$$P_\text{н} = 99,5 \cdot [1 - 0,69 \cdot 1,143] \approx 21 \text{ кПа}.$$

Погрешность. Вклады: число пузырьков (± 3 из 64) и их объём ($\pm 5\%$),

отсчёт объёма воздуха ($\pm 0,3$ мл из 10), температуры ($\pm 0,5$ К). По правилу сложения случайных погрешностей получаем $P_n = 21 \pm 3$ кПа (с коэффициентом 2). Табличное значение при 62°C — около 22 кПа, то есть в пределах погрешности.

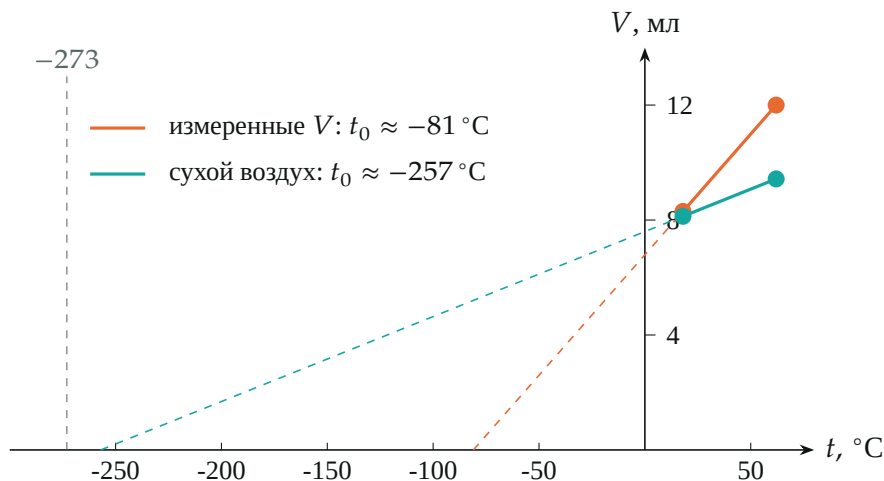
Часть 4. «Абсолютный нуль температуры».

Как измерять. Берём $V_1 = 12,0$ мл воздуха и немного горячей воды ($t_1 = 62^\circ\text{C}$). Опускаем носик шприца в холодную воду ($t_2 = 18^\circ\text{C}$) и ждём, пока шприц остынет: вода из стакана поднимается в шприце. Объём воздуха V_2 по шкале после остывания: $V_2 = 8,3$ мл. Атмосферное давление за время опыта постоянно, а внутри его уравнивает входящая вода — процесс изобарный.

4.1. Расчёт. Если считать, что весь газ в шприце — идеальный газ при постоянном давлении (закон Гей-Люссака), то объём линейно зависит от температуры в градусах Цельсия: $V = V_0(1 + \alpha t)$, а он обращается в нуль при $t_0 = -1/\alpha$. Проведём через две точки (t_1, V_1) и (t_2, V_2) прямую и найдём её пересечение с осью t :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow t_0 = \frac{V_2 t_1 - V_1 t_2}{V_2 - V_1} = \frac{8,3 \cdot 62 - 12,0 \cdot 18}{8,3 - 12,0} \approx -81^\circ\text{C}.$$

Погрешность большая, потому что два объёма близки: $\Delta t_0 \approx \pm 10^\circ\text{C}$ ($\Delta V = 0,1$ мл, $\Delta t = 0,5$ К). Результат, конечно, не -273°C .



Экстраполяция до $V = 0$: по измеренным объёмам (оранжевая) и по объёмам сухого воздуха, приведённым к давлению P_0 (бирюзовая).

4.2. Качественное объяснение. Закон Гей-Люссака верен для постоянного количества газа при постоянном давлении, а у нас газ — смесь воздуха и пара. В горячем шприце над водой много насыщенного пара (≈ 21 кПа при 62°C , около 20 % общего давления), при остывании он конденсируется и перестаёт занимать объём; на объём это ложится как дополнительное сжатие. Поэтому объём падает быстрее, чем у идеального газа с постоянным количеством вещества, и прямая пересекает ось t слишком близко: -81°C . Кроме того, температура воздуха внутри шприца не равна температуре воды снаружи, особенно сразу после погружения.

Проверка поправкой. Учтём пар: сухой воздух занимает объём $V(1 - \frac{P_{\text{н}}}{P_0})$ при давлении P_0 . С $P_{\text{н}}(62^\circ\text{C}) = 21$ кПа из части 3 и $P_{\text{н}}(18^\circ\text{C}) = 2,1$ кПа (табличное) получаем $V'_1 = 12,0 \cdot \frac{99,5 - 21}{99,5} = 9,4$ мл, $V'_2 = 8,3 \cdot \frac{99,5 - 2,1}{99,5} = 8,1$ мл, и

$$t'_0 = \frac{V'_2 t_1 - V'_1 t_2}{V'_2 - V'_1} \approx -257^\circ\text{C}.$$

Погрешность ещё больше ($\pm 100^\circ\text{C}$: разность объёмов теперь всего 1,3 мл), но в её пределах результат согласуется с -273°C . Школьный «опыт Гей-Люссака» в горячей воде даёт неправильный результат именно из-за пара.

Проверка. Размерности и согласованность: диаметр носика $d \approx 2,1$ мм одинаков по опытам 1 и 2 (две независимые оценки); давление пара 21 кПа совпало с таблицей; при $P_{\text{н}} \rightarrow 0$ баланс воздуха даёт $V_1 = V_2 T_{\text{г}}/T_{\text{к}}$ — закон Гей-Люссака.

Ответ. Условные данные измерений (пример): 1.1) $m_{20} \approx 0,049$ г, $m_{65} \approx 0,043$ г; 1.2) $m \approx \pi d \sigma / g$, σ падает с температурой, $d \approx 2,1$ мм; 2.1) $v_{20} \approx 0,049$ мл, $v_{65} \approx 0,043$ мл; 2.2) $v \approx \pi d \sigma / (\rho g)$; 3.1) $n = 64$, объём воздуха не изменился (10,0 мл); 3.2) $P_{\text{н}} = P_0 [1 - (1 - nv/V) T_{\text{г}}/T_{\text{к}}] \approx$

21 ± 3 кПа; 4.1) $t_0 = \frac{V_2 t_1 - V_1 t_2}{V_2 - V_1} \approx -81^\circ\text{C}$ (с поправкой на пар $\approx -257^\circ\text{C}$); 4.2) влияние насыщенного пара.