Взаимодействия цилиндрических магнитов

Задача 1. [Республиканская олимпиада (Беларусь) 2024/25, 11 класс, задача 2] **Взаимодействия цилиндрических магнитов.**

Описание магнитных полей и магнитных взаимодействий является математически более сложной задачей, чем описание электростатических взаимодействий. Во многом это связано с отсутствием точечных магнитных зарядов, из-за чего простейшим источником магнитного поля является магнитный диполь. Однако во многих задачах можно формально (но математически корректно) ввести точечные магнитные заряды, не забывая при этом, что реально существующие источники магнитного поля имеют нулевой суммарный магнитный заряд. Такой подход используется в данном задании при расчёте магнитных полей, создаваемых постоянными магнитами, и характеристик их взаимодействия.

Теоретическое введение. Согласно современным представлениям магнитное поле постоянных магнитов создаётся токами намагничивания, протекающими по поверхности намагниченного тела (эта идея первоначально была сформулирована А. М. Ампером и часто называется гипотезой Ампера). Таким образом, поле небольшого цилиндрического магнита эквивалентно полю кругового тока. В качестве основной характеристики витка с током выступает магнитный момент, который равен

$$p_m = IS, \tag{1}$$

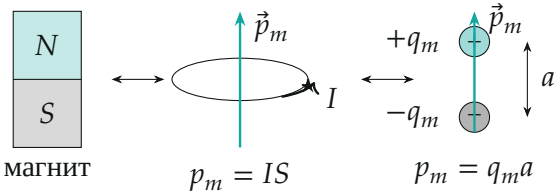
где I — сила тока в контуре, S — площадь этого контура.

Альтернативный подход к описанию поля цилиндрического магнита — рассмотрение поля магнитного диполя — частицы, состоящей из двух точечных противоположных магнитных зарядов ($+q_m$ и $-q_m$), находящихся на малом расстоянии a друг от друга. Магнитный момент в этом случае определяется как

$$p_m = q_m a. \tag{2}$$

Отметим, что оба способа описания магнитных полей справедливы для точек, расстояние до которых от источников (магнита, кольца с током,

магнитного диполя) значительно больше размеров самих источников. Считайте, что это условие выполняется во всех пунктах данной задачи.



Магнит, виток с током и диполь создают одно и то же поле вдали от источника.

Точечный магнитный заряд q_m создаёт центральное магнитное поле, модуль вектора индукции которого определяется по закону, аналогичному закону Кулона для электростатических полей

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_m}{R^2}, \tag{3}$$

здесь R — расстояние от точечного заряда до точки, в которой рассчитывается поле, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

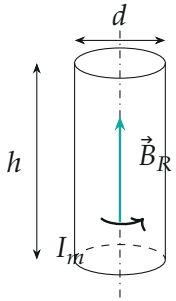
На точечный магнитный заряд q_m со стороны магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ действует сила, равная

$$\vec{F} = q_m \vec{B}. \tag{4}$$

Основной характеристикой постоянных магнитов является остаточная намагниченность M_R, которая определяется как магнитный момент единицы объёма $M_R = p_m/\Delta V$. Эта величина обычно указывается в паспорте магнита. Вместо остаточной намагниченности также приводят величину $B_R = \mu_0 M_R$, которая называется остаточная индукция (т. е. индукция магнитного поля внутри магнита).

Ещё раз подчеркнём, в настоящее время магнитных зарядов не обнаружено, поэтому величины магнитных зарядов q_m не должны входить в конечные результаты, которые должны выражаться через реальные характеристики магнитов — их магнитный момент p_m и намагниченность M.

Часть 1. Характеристики магнита. В данной задаче рассматривается постоянный цилиндрический неодимовый магнит со следующими характеристиками: диаметр магнита $d = 4{,}0$ мм; высота магнита $h = 10{,}0$ мм; остаточная индукция поля магнита $B_R = 1{,}4$ Тл и направлена вдоль оси магнита; плотность материала магнита $\rho_{Nd} = 7{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.



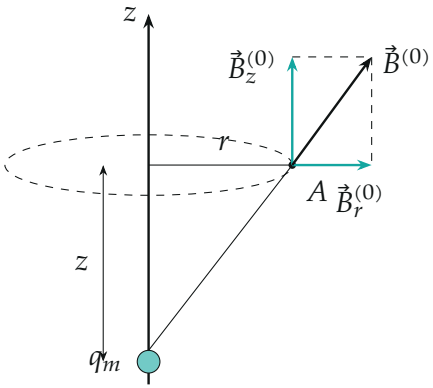
Магнит: размеры d и h, остаточная индукция $\vec{B}_R$, ток намагничивания I_m по боковой поверхности.

1.1 Рассчитайте массу магнита m.

1.2 Рассчитайте магнитный момент магнита p_m.

1.3 Рассчитайте силу тока намагничивания, текущего по боковой поверхности магнита I_m.

Часть 2. Магнитное поле магнита. Рассмотрите магнитное поле, создаваемое точечным магнитным зарядом q_m. Точечный заряд находится в начале отсчёта оси z. Положение произвольной точки задаётся координатой z и расстоянием до этой оси r. В этом случае вектор индукции магнитного поля $\vec{B}^{(0)}$ разумно разложить на две компоненты: осевую $\vec{B}_z^{(0)}$, направленную параллельно оси z; радиальную $\vec{B}_r^{(0)}$, направленную перпендикулярно оси.



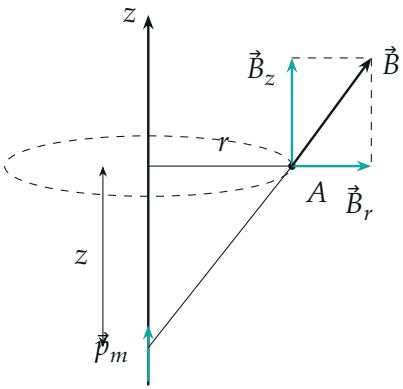
Точечный заряд q_m и поле в точке A: осевая и радиальная компоненты.

2.1 Запишите формулы для осевой $B_z^{(0)}(z,r)$ и радиальной $B_r^{(0)}(z,r)$ компонент вектора индукции поля точечного заряда, как функции координат точки (z,r).

Теперь Вам необходимо рассмотреть магнитное поле, создаваемое описанным цилиндрическим магнитом. Для расчёта этого поля можно считать, что оно совпадает с магнитным полем магнитного диполя.

2.2 Нарисуйте схематически картину силовых линий магнитного поля, создаваемого магнитным диполем (цилиндрическим магнитом).

Пусть в начале оси z находится магнитный диполь с магнитным моментом p_m, направленным вдоль оси z. Положение произвольной точки A, как и ранее, задаётся координатами (z,r).



Диполь в начале оси и точка A.

2.3 Найдите зависимость осевой компоненты индукции поля магнитного диполя $B_z(z,r)$ от координат точки (z,r).

2.4 Постройте схематический график зависимости осевой компоненты вектора индукции $B_z(z_0,r)$ от координаты r при некотором фиксированном значении координаты $z_0 > 0$.

2.5 Найдите зависимость индукции поля на оси z в зависимости от координаты z — $B_z(z)$.

2.6 Найдите зависимость радиальной компоненты индукции поля магнитного диполя $B_r(z,r)$ от координат точки (z,r).

2.7 Постройте схематический график зависимости радиальной компоненты вектора индукции $B_r(z,r_0)$ от координаты z при некотором фиксированном значении координаты $r_0 > 0$.

2.8 Найдите значения модуля координаты $z = b$, при котором модуль функции $B_r(z,r_0)$ принимает максимальные значения $B_{r,\max}$. Найдите, чему равно это максимальное значение.

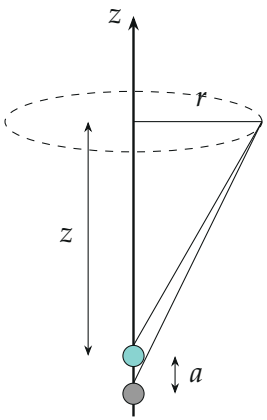
Примечания. 1. Вы можете построить схематические графики, даже если вам не удалось получить явные функциональные зависимости — это будет оценено! 2. Для облегчения вашей работы дадим математическую подсказку. Если величина a мала, то для расчёта поля диполя Вы можете использовать следующее приближение, справедливое для любой функции

$$F(z+a) \approx F(z) + F'(z)\cdot a, \tag{4}$$

где $F'(z)$ — производная функции $F(z)$, вычисленная в точке z. 3. При необходимости Вы можете использовать приближённую формулу

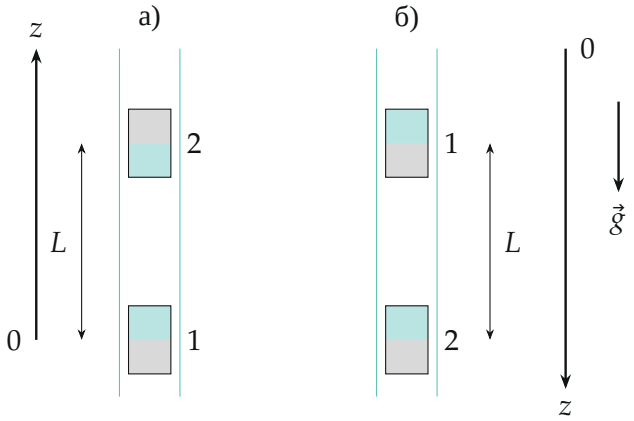
$$(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x, \tag{5}$$

справедливую при $x \ll 1$ и любых степенях γ.



Диполь как пара зарядов $+q_m$ и $-q_m$ на расстоянии a.

Часть 3. Притяжение и отталкивание. Два одинаковых цилиндрических магнита помещены в вертикальную стеклянную трубку. Магнит 1 закреплён, магнит 2 может свободно двигаться вдоль трубки. Расстояние между магнитами можно считать значительно больше размеров магнитов. Ускорение свободного падения считать равным $g = 9{,}8$ м/с^2. Ответы выразите через магнитный момент магнитов p_m и их массу m.



Магниты в вертикальной трубке: а) одноимённые полюса обращены друг к другу, б) разноимённые. Цвет: бирюзовая половина — северный полюс.

3.1 Найдите зависимость силы магнитного взаимодействия между магнитами, как функцию расстояния z между ними.

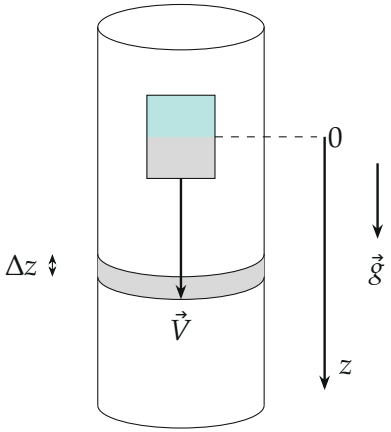
3.2 Найдите, при каком расстоянии между магнитами L магнит 2 может находиться в равновесии. Рассмотрите два случая, а) и б) ориентации магнитов, показанные на рисунке.

3.3 Укажите, какой из экспериментов, а) или б), может быть продемонстрирован экспериментально. Ответ кратко обоснуйте.

3.4 Рассчитайте численное значение равновесного расстояния L для магнитов, параметры которых приведены в Части 1.

Часть 4. Магнитная вязкость — токи Фуко. Цилиндрический магнит помещают внутрь длинной вертикальной тонкостенной алюминиевой трубки. Внутренний радиус трубки равен $r_0 = 3{,}0$ мм, толщина стенок равна $h_0 = 0{,}30$ мм. Удельное электрическое сопротивление алюминия равно $\rho = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. По-прежнему считаем массу магнита m и его магнитный момент p_m известными.

Пусть скорость движения магнита постоянна и равна V. Выделим на стенке трубки тонкий слой толщиной Δz, находящийся на расстоянии z от середины магнита. В пп. 4.1–4.4 ответы выразите через параметры магнитного поля b и $B_{r\,\max}$, найденные в п. 2.8.



Магнит падает в трубке со скоростью $\vec{V}$; выделен слой стенки толщиной Δz.

4.1 Найдите силу индуцированного тока ΔI, протекающего по выделенному кольцу Δz.

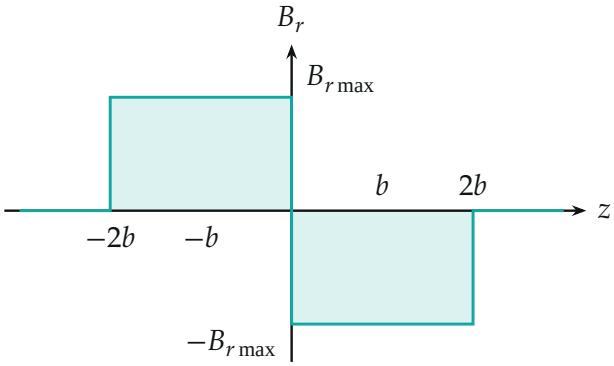
4.2 Найдите мощность теплоты, выделяющейся в трубке при движении магнита.

4.3 Найдите силу вязкого магнитного трения, действующую на движущийся магнит.

4.4 Найдите скорость установившегося падения магнита в трубке V.

4.5 Рассчитайте численное значение скорости падения магнита, характеристики которого приведены в Части 1.

Примечание. Зависимость радиальной составляющей магнитного поля магнита на стенке трубки можно приближенно заменить на ступенчатую функцию, показанную на рисунке. Используйте параметры этой функции b и $B_{r\,\max}$, найденные в п. 2.8. Если вам не удалось найти ответы в п. 2.8, то в данной части считайте их известными.



Ступенчатая модель радиальной компоненты поля на стенке трубки.

▲ **Решение. Что происходит.** Магнит заменяем диполем: парой точечных магнитных зарядов $\pm q_m$ на малом расстоянии a, причём q_m в ответ не войдёт, только $p_m = q_m a$. Поле диполя — разность полей двух зарядов, то есть производная поля точечного заряда по z, умноженная на a: это и есть подсказка $F(z+a) \approx F(z) + F'(z)a$. Сила на диполь в неоднородном поле — тоже разность двух сил $\pm q_m B$, то есть $p_m B'$. Падающий в трубе магнит тормозят токи Фуко: сила пропорциональна скорости, и устанавливается скорость, при которой она равна mg.

Часть 1.

1.1. Объём магнита $V = \dfrac{\pi d^2}{4} h = 1{,}26 \cdot 10^{-7}$ м^3. Масса $m = \rho_{Nd} V \approx 9{,}6 \cdot 10^{-4}$ кг.

1.2. Намагниченность — магнитный момент единицы объёма, $M_R = p_m/V$, и $B_R = \mu_0 M_R$. Значит

$$p_m = M_R V = \frac{B_R}{\mu_0}\frac{\pi d^2}{4} h \approx 0{,}14\ \text{А}\cdot\text{м}^2.$$

1.3. Магнит эквивалентен току I_m по боковой поверхности, охватывающему площадь $S = \pi d^2/4$: $p_m = I_m S$, откуда

$$I_m = \frac{p_m}{S} = \frac{B_R}{\mu_0} h \approx 1{,}1\cdot 10^4\ \text{А}.$$

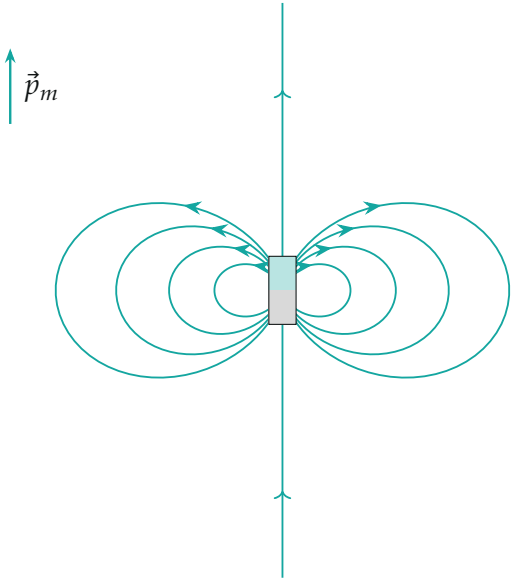
Обратите внимание: это ток, текущий по всей высоте магнита (в сумме по всем атомным токам), а не ток в проводе.

Часть 2.

2.1. Модуль поля точечного заряда в точке A на расстоянии $R = \sqrt{z^2 + r^2}$ равен $B = \dfrac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2}$ и направлен вдоль радиуса от заряда. Угол α между направлением на точку и осью: $\cos\alpha = z/R$, $\sin\alpha = r/R$. Проектируя на ось и на радиальное направление, получаем

$$B_z^{(0)} = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi}\frac{z}{(z^2+r^2)^{3/2}}, \qquad B_r^{(0)} = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi}\frac{r}{(z^2+r^2)^{3/2}}.$$

2.2. Силовые линии выходят из северного полюса (верхний конец диполя с p_m вверх) и входят в южный; они замкнуты и симметричны относительно оси. Линия диполя в полярных координатах: $R = R_0 \sin^2\theta$, где θ — угол от оси. На оси поле направлено вдоль $\vec{p}_m$, в экваториальной плоскости — против него.



Силовые линии диполя (по формуле $R = R_0 \sin^2\theta$); бирюзовая половина — северный полюс.

2.3. Диполь — заряд $+q_m$ в точке, от которой мы отсчитываем z, и заряд $-q_m$ на расстоянии a дальше (ниже), то есть на расстоянии $z + a$ от точки A по оси. Складывая поля с учётом знаков и разлагая $B_z^{(0)}(z + a, r) \approx B_z^{(0)}(z, r) + \dfrac{\partial B_z^{(0)}}{\partial z} a$:

$$B_z = B_z^{(0)}(z, r) - B_z^{(0)}(z + a, r) = -a \frac{\partial B_z^{(0)}}{\partial z} = -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}}.$$

Производная: $\dfrac{\partial}{\partial z} \dfrac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \dfrac{(z^2 + r^2) - 3z^2}{(z^2 + r^2)^{5/2}} = \dfrac{r^2 - 2z^2}{(z^2 + r^2)^{5/2}}$. Подставляя $q_m a = p_m$:

$$B_z(z, r) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{2z^2 - r^2}{(z^2 + r^2)^{5/2}}.$$

2.4. Функцию $\dfrac{2z_0^2 - r^2}{(z_0^2 + r^2)^{5/2}}$ исследуем по r при фиксированном z_0:

она чётна; при $r = 0$ максимум $2/z_0^3$ (в единицах $\mu_0 p_m/4\pi$); нули при $r^2 = 2z_0^2$, то есть $r = \pm\sqrt{2}\,z_0$; дальше знак отрицательный, минимум на $r = \pm 2z_0$ (производная $\propto r\,(r^2 - 4z_0^2)$), его значение $-2/(5^{5/2} z_0^3) \approx -0{,}036/z_0^3$; при $r \to \infty$ функция стремится к нулю снизу.

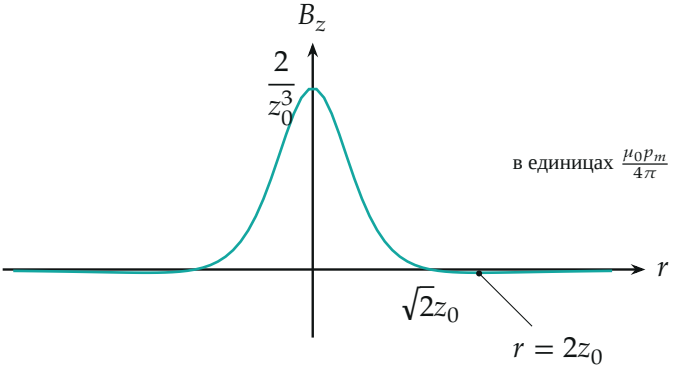


График $B_z(z_0, r)$: максимум на оси, нули при $r = \pm\sqrt{2}z_0$, неглубокий минимум $-0{,}036/z_0^3$ при $r = \pm 2z_0$ (на масштабе рисунка почти не виден).

2.5. На оси $r = 0$:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi}\,\frac{2z^2}{z^5} = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3}.$$

2.6. Так же, как в 2.3, но для радиальной компоненты:

$$B_r = -a\,\frac{\partial B_r^{(0)}}{\partial z} = -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi}\,\frac{\partial}{\partial z}\,\frac{r}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi}\,\frac{3zr}{(z^2 + r^2)^{5/2}}.$$

2.7. При фиксированном r_0 функция $B_r(z)$ нечётна: на оси ($z = 0$) она равна нулю, при $|z| \to \infty$ убывает как $1/z^4$; между этими точками есть по одному максимуму модуля (найдём в 2.8).

2.8. Приравниваем производную нулю:

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi}\,3r_0\,\frac{(z^2 + r_0^2) - 5z^2}{(z^2 + r_0^2)^{7/2}} = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi}\,3r_0\,\frac{r_0^2 - 4z^2}{(z^2 + r_0^2)^{7/2}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad z = \pm b = \pm\frac{r_0}{2}.$$

Подставляем $z = r_0/2$: $z^2 + r_0^2 = \frac{5}{4} r_0^2$, и

$$B_{r\,\max} = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{3 \cdot \frac{r_0}{2} r_0}{\left(\frac{5}{4}\right)^{5/2} r_0^5} = C \frac{\mu_0 p_m}{r_0^3}, \qquad C = \frac{3}{8\pi}\left(\frac{4}{5}\right)^{5/2} \approx 0{,}068.$$

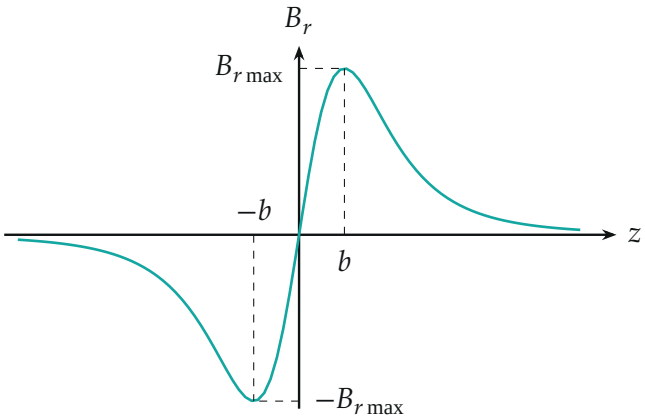


График $B_r(z, r_0)$ при $r_0 =$ const: нечётная функция с экстремумами при $z = \pm b = \pm r_0/2$.

Часть 3.

3.1. Диполь с моментом p_m в поле $B(z)$ на его оси: заряд $+q_m$ в точке $z + a$ чувствует силу $q_m B(z + a)$, заряд $-q_m$ в точке z — силу $-q_m B(z)$. Сумма

$$F = q_m[B(z + a) - B(z)] \approx q_m a\, B'(z) = p_m\, B'(z).$$

Поле магнита 1 на оси — формула 2.5, $B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3}$, и $B' = -\frac{3\mu_0 p_m}{2\pi z^4}$. Для одинаковых магнитов, моменты которых направлены вдоль оси, модуль силы

$$F = \frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi z^4}.$$

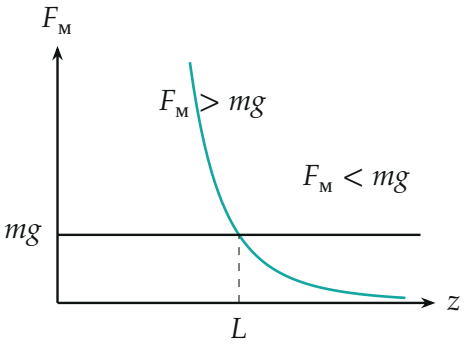
Если моменты антипараллельны, магниты отталкиваются, если параллельны — притягиваются.

3.2. В случае а) магнит 2 лежит над магнитом 1, их моменты антипараллельны: отталкивание направлено вверх, уравновешивает силу тяжести. Условие равновесия магнита 2 в проекции на вертикаль:

$$\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi L^4} = mg \quad \Rightarrow \quad L = \sqrt[4]{\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi mg}}.$$

В случае б) магнит 2 висит под магнитом 1 (моменты параллельны), притяжение направлено вверх, и равновесие описывается тем же уравнением — то же L.

3.3. Выясним устойчивость, сравнивая $F(z)$ с весом при малом смещении.



Модуль магнитной силы $F_м(z) \propto z^{-4}$ и вес mg: они равны при $z = L$.

В случае а) при $z < L$ отталкивание сильнее веса, магнит 2 уходит вверх, к L; при $z > L$ вес сильнее, магнит опускается к L: возвращающая сила есть, равновесие *устойчиво*. В случае б) при $z > L$ притяжение слабее веса, магнит 2 уходит ещё ниже; при $z < L$ притяжение сильнее, магнит 2 бросается к магниту 1: любое отклонение растёт, равновесие *неустойчиво*. Экспериментально наблюдается а). Обратите внимание: речь об устойчивости вдоль оси; в трубке магниты не могут развернуться, поэтому а) держится.

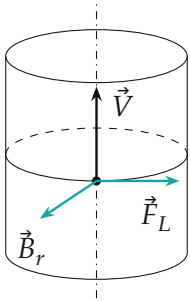
3.4. Подставляем $p_m = 0{,}14$ А $\cdot$ м^2, $m = 9{,}6 \cdot 10^{-4}$ кг:

$$L = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}14^2}{2\pi \cdot 9{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 9{,}8}} \approx 3{,}3 \text{ см}.$$

Расстояние в десять раз больше размеров магнитов (4 мм и 10 мм), так что приближение диполя применимо с запасом, но не очень большим.

Часть 4.

4.1. Перейдём в систему отсчёта магнита: стенка трубки движется со скоростью V вверх мимо магнита, через магнитное поле с радиальной компонентой B_r. На носитель заряда q действует сила Лоренца qVB_r, направленная по касательной к кольцу (векторы $\vec{V}$ и $\vec{B}_r$ перпендикулярны).



Участок стенки в системе магнита: скорость $\vec{V}$ вдоль оси, $\vec{B}_r$ по радиусу (от оси к нам — показано условно), сила Лоренца $\vec{F}_L$ вдоль окружности.

Сила Лоренца на единичный заряд — это поле $E = VB_r$, направленное вдоль кольца. ЭДС в кольце длиной $2\pi r_0$:

$$\mathcal{E} = 2\pi r_0 \, B_r V.$$

Сопротивление тонкого кольца: длина $2\pi r_0$, сечение $\Delta z \, h_0$, то есть $R = \rho \dfrac{2\pi r_0}{h_0 \Delta z}$. Закон Ома:

$$\Delta I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B_r V \, h_0 \, \Delta z}{\rho}.$$

В ступенчатой модели $B_r = \pm B_{r\max}$ в полосах $2b$ по обе стороны от середины магнита, поэтому

$$\Delta I = \frac{B_{r\max} V\, h_0\, \Delta z}{\rho} \quad \text{(направления токов в полосах противоположны)}.$$

4.2. Токи текут только в полосах, где $B_r \neq 0$, общей шириной $4b$. Каждое кольцо — отдельный контур, мощность в нём $\Delta P = \Delta I^2 R$. Суммируем по кольцам (направление тока на мощность не влияет):

$$P = \sum \Delta I^2 R = \sum \frac{B_{r\max}^2 V^2 h_0^2 \Delta z^2}{\rho^2} \cdot \frac{\rho\, 2\pi r_0}{h_0 \Delta z}$$
$$= \frac{2\pi r_0 h_0 B_{r\max}^2 V^2}{\rho} \sum \Delta z = \frac{8\pi r_0\, b\, h_0}{\rho} B_{r\max}^2 V^2.$$

Здесь $\sum \Delta z = 4b$. Тот же результат даёт плотность тока $j = B_{r\max} V/\rho$: мощность на единицу объёма ρj^2, объём полос $2\pi r_0 h_0 \cdot 4b$.

4.3. Теплота выделяется за счёт работы силы вязкого магнитного трения F, действующей на движущийся магнит: $P = FV$, откуда

$$F = \frac{8\pi r_0\, b\, h_0}{\rho} B_{r\max}^2\, V = kV, \qquad k = \frac{8\pi r_0 b h_0 B_{r\max}^2}{\rho}.$$

Второй способ: сила Ампера на кольцо $\Delta F = \Delta I \cdot 2\pi r_0 B_r$ даёт ту же сумму $F = \dfrac{2\pi r_0 h_0 B_{r\max}^2 V}{\rho} \cdot 4b$.

4.4. Падение установилось, когда ускорение нулевое: $kV = mg$, откуда

$$V = \frac{mg\rho}{8\pi r_0\, b\, h_0\, B_{r\max}^2}.$$

Это скорость *установившегося* падения: пока магнит набирает скорость, сила трения меньше mg.

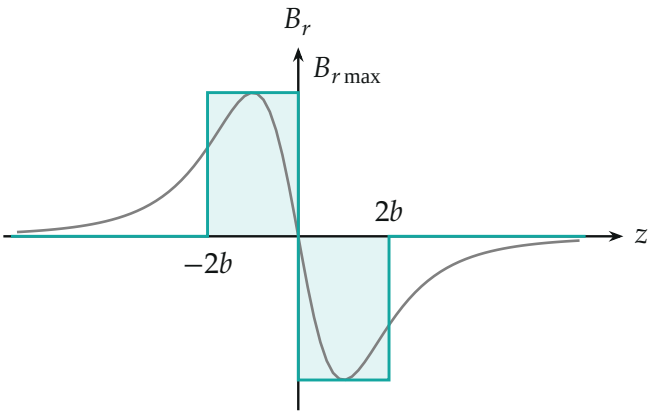
4.5. В трубке $b = r_0/2 = 1{,}5$ мм. Поле на стенке берём из 2.8 при

$r_0 = 3{,}0$ мм:

$$B_{r\max} = C\,\frac{\mu_0 p_m}{r_0^3} = 0{,}068 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}14}{(3 \cdot 10^{-3})^3} \approx 0{,}45 \text{ Тл}.$$

Знаменатель: $8\pi r_0 b h_0 B_{r\max}^2 \approx 8\pi \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2 \approx 6{,}8 \cdot 10^{-9}$ в единицах СИ. Числитель $mg\rho = 9{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 9{,}8 \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-8} \approx 2{,}6 \cdot 10^{-10}$. Итого

$$V \approx \frac{2{,}6 \cdot 10^{-10}}{6{,}8 \cdot 10^{-9}} \approx 0{,}039 \text{ м/с} = 3{,}9 \text{ см/с}.$$



Реальная зависимость $B_r(z)$ на стенке (серая) и ступенчатая модель (бирюзовая); z направлена вниз, $b = r_0/2$.

Проверка. Размерности: $F_\text{м} = p_m^2\mu_0/z^4$: $\text{А}^2\text{м}^4 \cdot \text{Гн/м/м}^4 = \text{А}^2\text{Гн/м} = \text{Дж/м} = \text{Н}$; $k = \dfrac{r_0 b h_0 B^2}{\rho}$: $\text{м}^3 \cdot \text{Тл}^2/(\text{Ом}\cdot\text{м}) = \text{кг/с}$, и kV — сила. Энергия: мощность тяжести mgV равна выделяющейся теплоте $P = kV^2$ при установившемся падении — совпало. Ограничение модели: ступенька даёт $\int B_r^2 dz$ в 1,34 раза больше, чем настоящая кривая (см. рисунок), поэтому V по этой модели занижена примерно в 1,3 раза; кроме того, при $r_0 = 3$ мм диполь с $h = 10$ мм — грубое приближение, так что $V \approx 3{,}9$ см/с — оценка порядка величины, как и задумано условием.

Физический смысл: вихревые токи тормозят магнит тем сильнее, чем быстрее он движется, и пока сила торможения не сравнится с весом, скорость растёт.

Ответ. 1.1) $m \approx 9{,}6 \cdot 10^{-4}$ кг; 1.2) $p_m \approx 0{,}14$ А·м^2; 1.3) $I_m = \dfrac{B_R h}{\mu_0} \approx 1{,}1 \cdot 10^4$ А; 2.1) $B_z^{(0)} = \dfrac{\mu_0 q_m}{4\pi} \dfrac{z}{(z^2+r^2)^{3/2}}$, $B_r^{(0)} = \dfrac{\mu_0 q_m}{4\pi} \dfrac{r}{(z^2+r^2)^{3/2}}$; 2.2) линии на рисунке; 2.3) $B_z = \dfrac{\mu_0 p_m}{4\pi} \dfrac{2z^2 - r^2}{(z^2+r^2)^{5/2}}$; 2.4) график на рисунке, нули при $r = \pm\sqrt{2} z_0$; 2.5) $B_z = \dfrac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3}$; 2.6) $B_r = \dfrac{\mu_0 p_m}{4\pi} \dfrac{3zr}{(z^2+r^2)^{5/2}}$; 2.7) график на рисунке; 2.8) $b = \dfrac{r_0}{2}$, $B_{r\max} = \dfrac{3}{8\pi}\left(\dfrac{4}{5}\right)^{5/2} \dfrac{\mu_0 p_m}{r_0^3} \approx 0{,}068 \dfrac{\mu_0 p_m}{r_0^3}$; 3.1) $F = \dfrac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi z^4}$; 3.2) $L = \sqrt[4]{\dfrac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi m g}}$ в обоих случаях; 3.3) экспериментально осуществим а) (устойчиво), б) неустойчиво; 3.4) $L \approx 3{,}3$ см; 4.1) $\Delta I = \dfrac{B_{r\max} V h_0 \Delta z}{\rho}$; 4.2) $P = \dfrac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} B_{r\max}^2 V^2$; 4.3) $F = \dfrac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} B_{r\max}^2 V$; 4.4) $V = \dfrac{mg\rho}{8\pi r_0 b h_0 B_{r\max}^2}$; 4.5) $B_{r\max} \approx 0{,}45$ Тл, $V \approx 3{,}9$ см/с.