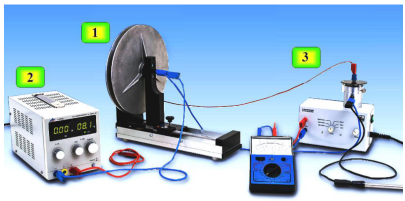
Электромагнитный коллаж

Задача 1. [Республиканская олимпиада (Беларусь) 2025/26, 10 класс, задача 1] *Множество фирм производят оборудование для проведения учебных физических экспериментов (в частности, и разработчики заданий экспериментального тура, который состоится завтра). Это достаточно прибыльный и успешный бизнес (к разработчикам заданий этой олимпиады последнее не относится). Данное задание составлено на основе каталога учебного оборудования (отметим, очень дорогого) известной германской фирмы 3B Scientific.*

Задача 1. Напряжение плоского конденсатора.

На фотографии показана установка для изучения электрического конденсатора. В состав установки входят: 1 — воздушный конденсатор с круглыми металлическими дисками, диаметр которых равен $D = 25$ см; один из дисков можно перемещать, изменяя расстояние между дисками d; 2 — источник постоянного напряжения для зарядки конденсатора; 3 — электростатический вольтметр для измерения напряжения на конденсаторе; сопротивление этого вольтметра настолько высоко, что можно пренебречь разрядкой конденсатора за все время проведения измерений.



Конденсатор заряжают и отключают от источника. После чего измеряют зависимость напряжения на конденсаторе U от расстояния между его обкладками d. В Листах ответов приведен график полученной зависимости $U(d)$. В таблице приведены значения расстояний между обкладками и соответствующих напряжений, снятых с этого графика. Для решения задачи используйте эти данные. Электрическая постоянная равна $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{\text{Ф}}{\text{м}}$.

d, мм	U, В
2	3,0
4	6,0
6	9,4
8	12,2
10	14,0
12	16,0
14	17,5
16	19,0
18	20,1

d, мм	F
3,0	
5,0	
7,0	
9,0	
11,0	
13,0	
15,0	
17,0	

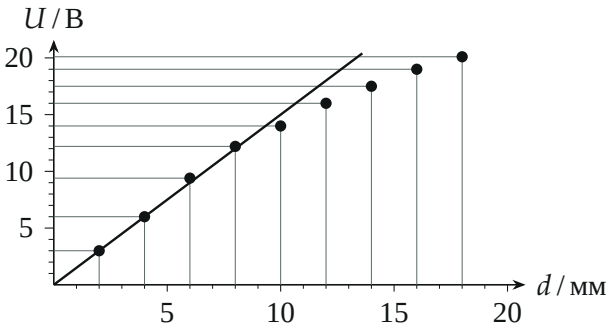


График зависимости $U(d)$ из Листов ответов (линия — линейный участок)

1.1. Рассчитайте емкость конденсатора C_0 при расстоянии между обкладками $d_0 = 2{,}0$ мм.

1.2. Рассчитайте заряд конденсатора Q в данном эксперименте.

1.3. Приведите формулу, описывающую линейный участок полученной зависимости $U(d)$.

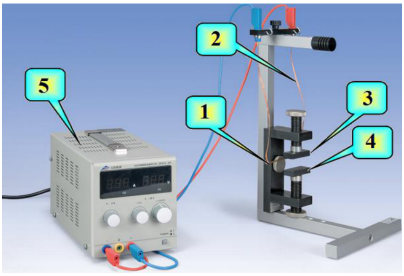
1.4. Качественно объясните, почему полученная зависимость отклоняется от линейной.

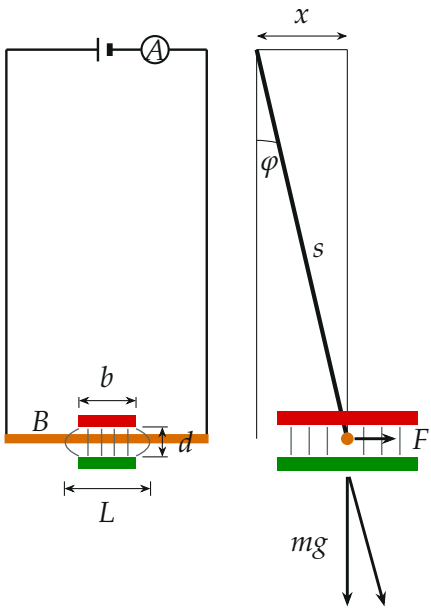
1.5. Рассчитайте зависимость силы притяжения дисков от расстояния между ними. Результаты расчетов занесите в таблицу 1. Постройте график полученной зависимости.

1.6. Рассчитайте, какая работа A была совершена при увеличении расстояния между дисками от $d_0 = 2{,}0$ мм до $d_1 = 18$ мм.

Задача 2. Сила Лоренца.

Уточним — в наших учебниках ее называют сила Ампера. На фотографии слева показана установка для изучения силы Лоренца. Медный стержень 1 массы $m = 6{,}23$ г подвешен на проводах 2. Стержень может двигаться в зазоре полосового магнита 3–4. Для создания электрического тока в стержне используется источник 5, с измерителем силы тока. Справа приведена схема установки вид спереди и вид сбоку, которая, по мнению авторов, «все объясняет». В Листах ответов приведен график, на котором отражены результаты измерений. Вам необходимо теоретически описать проведенный эксперимент, для этого Вы должны решить несколько «ребусов», неявно предложенных авторами приведенного здесь описания.





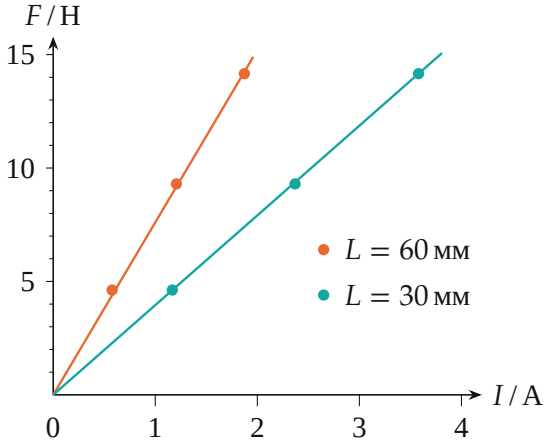


Рис. 2: Зависимость силы, действующей на проводник с током, от силы тока I при двух различных эффективных длинах проводника L

2.1. Запишите формулу, описывающую силу, действующую на стержень.

2.2. Кратко опишите, как с помощью данной установки можно измерить силу, действующую на стержень. Укажите, какие величины непосредственно должны быть измерены, приведите формулу для расчета этой силы по результатам измерений. Используйте обозначения, приведенные на схеме.

2.3. Объясните, что следует понимать под термином «эффективная длина проводника L». Как ее можно изменять в ходе эксперимента? Как ее можно рассчитать по результатам дополнительных измерений?

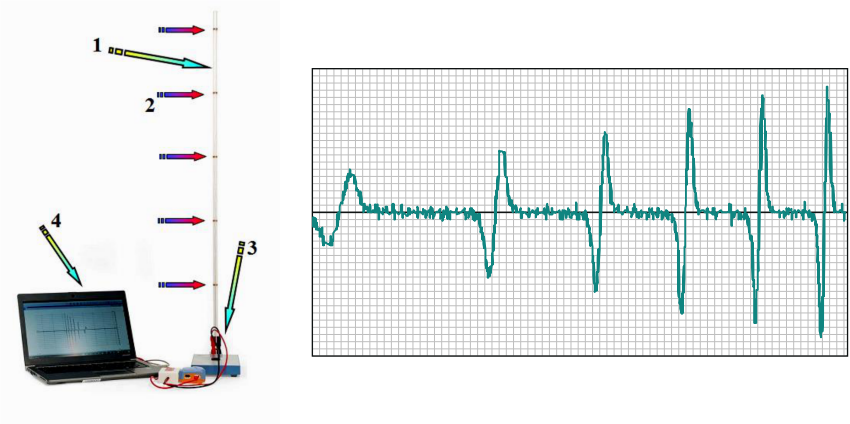
2.4. Проверьте, соответствуют ли две приведенные на графике зависимости указанным значениям L. Предложите простой способ уточнения приведенных графиков. Укажите, какой зависимости следует доверять больше. Ответ обоснуйте. Можете провести дополнительные построения на выданном бланке.

2.5. Рассчитайте индукцию магнитного поля B в зазоре магнита. Исправьте вероятную ошибку, допущенную при построении графика.

Задача 3. Изучение закона электромагнитной индукции (ЭМИ) Фарадея.

На фотографии показана установка для проверки закона ЭМИ. На

вертикальной стеклянной трубке (1) расположены на равных расстояниях небольшие одинаковые проводящие катушки (2) (каждая содержит $N = 10$ витков). Толщина катушек значительно меньше расстояния между ними. Катушки соединены последовательно и подключены к датчику напряжения (3), который считывает зависимость напряжения от времени и передает их в компьютер, который выводит эти данные на экран в виде зависимости измеренного напряжения от времени. В ходе эксперимента внутрь трубки опускают постоянный магнит вытянутой формы с площадью поперечного сечения $S_0 \approx 2{,}0\,\text{см}^2$, который свободно падает внутри трубки. В Листах ответов показаны результаты измерений зависимости напряжения от времени при падении магнита внутри трубки, выведенные на экран монитора. Для Вашего удобства на графике добавлена более густая координатная сетка. Размер одной клеточки сетки $5\,\text{мс} \times 5\,\text{мВ}$.



Фотография установки и осциллограмма из Листов ответов (сетка: клетка 5 мс × 5 мВ)

3.1. Укажите противоречие между фотографиями установки и экрана монитора.

3.2. Используя предоставленный график, определите, можно ли считать падение магнита равноускоренным. Обоснуйте свой вывод.

Не смотря на Ваш ответ на вопрос 3.2, далее считайте, что магнит падает с постоянным ускорением $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3.3. По данным графика, рассчитайте расстояние между соседними катушками на трубке.

3.4. Рассчитайте (оценочно) индукцию магнитного поля B внутри катушки.

Не забудьте четко объяснить на рабочих листах, как Вы проводили расчеты: законы, вывод формул, исходные численные данные. Можете проводить дополнительные построения на представленном графике в Листах ответов. Без этого «угаданный» результат оцениваться не будут! В Листы ответов занесите только основные результаты.

▲ **Решение. Что происходит.** Во всех трёх задачах нужную величину не измеряют прямо, её находят по графику. В задаче 1 конденсатор отключён от источника, его заряд постоянен, и силу находят через энергию: работа внешней силы равна изменению энергии $W = QU/2$. В задаче 2 стержень висит в равновесии, и сила Ампера определяется углом отклонения подвеса: $F = mg\ \mathrm{tg}\,\varphi$. В задаче 3 ЭДС обращается в нуль, когда центр магнита проходит через центр катушки, а площадь под всплеском ЭДС равна потоку, умноженному на число витков.

Обозначения. $S = \pi D^2/4 = 4{,}91 \cdot 10^{-2}$ м^2 — площадь диска, $U_0 = 3{,}0$ В — напряжение при d_0.

Задача 1.

1.1. Емкость плоского конденсатора

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0} = \frac{\varepsilon_0 \pi D^2}{4 d_0} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 4{,}91 \cdot 10^{-2}}{2{,}0 \cdot 10^{-3}} = 2{,}2 \cdot 10^{-10}\ \Phi = 220\ \text{пФ}.$$

1.2. После отключения от источника заряд не меняется (вольтметр не разряжает конденсатор), он равен заряду при d_0: $Q = C_0 U_0 = 2{,}17 \cdot 10^{-10} \cdot 3{,}0 = 6{,}5 \cdot 10^{-10}$ Кл.

1.3. При малых d поле между дисками однородно, $C = \varepsilon_0 S/d$, и при постоянном Q

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S} = U_0 \frac{d}{d_0} = 1{,}5\ \frac{\text{В}}{\text{мм}} \cdot d.$$

1.4. Формула $C = \varepsilon_0 S/d$ верна, пока $d \ll D$. С ростом d поле у кра-

ёв дисков перестаёт быть однородным и выходит за пределы зазора — краевые эффекты: реальная емкость больше $\varepsilon_0 S/d$, поэтому $U = Q/C$ ниже линейного значения. По формуле Кирхгофа краевое поле даёт при $d = 18$ мм добавку к емкости порядка 10 %, а по данным (20,1 В против линейных 27 В) емкость больше на 34 %; остальное, по-видимому, — емкость проводов и вольтметра, подключённая параллельно.

1.5. Раздвигаем диски на малое Δd внешней силой F, равной силе притяжения: $F\,\Delta d = \Delta W$. Из формул $W = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{QU}{2}$ берём последнюю: емкость при больших d неизвестна, а Q постоянен и U измерено. Сила относится к середине интервала $\Delta d = 2{,}0$ мм:

$$F = \frac{\Delta W}{\Delta d} = \frac{Q}{2}\,\frac{\Delta U}{\Delta d}, \qquad \frac{Q}{2} = 3{,}26 \cdot 10^{-10}\ \text{Кл}.$$

d, мм	3	5	7	9	11	13	15	17
ΔU, В	3,0	3,4	2,8	1,8	2,0	1,5	1,5	1,1
F, 10^{-7} Н	4,9	5,5	4,6	2,9	3,3	2,4	2,4	1,8

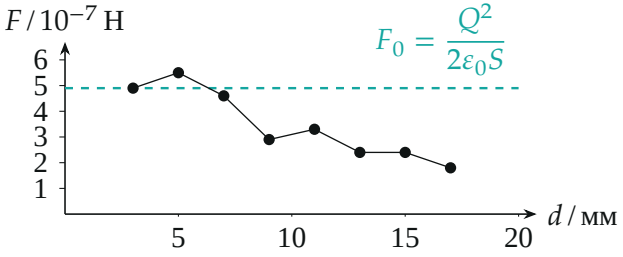


График $F(d)$ по табл. 1 и значение F_0 для идеального плоского конденсатора (пунктир)

У идеального конденсатора сила от d не зависит: $F_0 = Q^2/(2\varepsilon_0 S) = 4{,}9 \cdot 10^{-7}$ Н; первые три точки на этом уровне, дальше сила падает — то же отклонение, что в 1.4. Обратите внимание: $W = CU^2/2$ здесь брать нельзя, пока $C(d)$ неизвестна; $W = QU/2$ с измеренным U верна всегда.

1.6. Работа равна изменению энергии при постоянном заряде:

$$A = \Delta W = \frac{Q}{2}\,(U_{\max} - U_0) = 3{,}26 \cdot 10^{-10} \cdot (20{,}1 - 3{,}0) = 5{,}6 \cdot 10^{-9}\ \text{Дж}.$$

Проверка: сумма $F\,\Delta d$ по табл. 1 равна $2{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 27{,}8 \cdot 10^{-7} = 5{,}6 \cdot 10^{-9}$ Дж, тот же результат.

Задача 2.

2.1. Сила Ампера на прямой проводник в однородном поле, перпендикулярном току: $F = IBL$.

2.2. Стержень висит на нитях и в равновесии находится под действием силы тяжести $m\vec{g}$, горизонтальной силы Ампера $\vec{F}$ и натяжения нитей $\vec{T}$ (треугольник сил на рисунке): $T\cos\varphi = mg$, $T\sin\varphi = F$, откуда $F = mg\,\mathrm{tg}\,\varphi$. На схеме s — длина нити, x — горизонтальное смещение стержня, $\sin\varphi = x/s$:

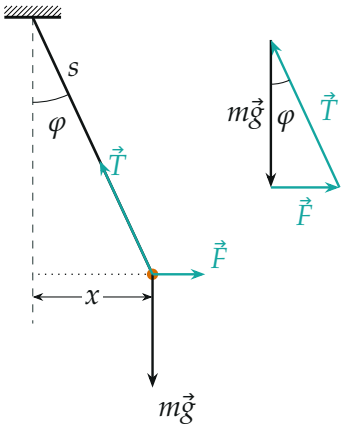
$$F = mg\ \mathrm{tg}\,\varphi = mg\,\frac{x}{\sqrt{s^2 - x^2}} \approx mg\,\frac{x}{s} \quad (x \ll s).$$

Измеряют x и s линейкой (или φ транспортиром) и ток I амперметром.

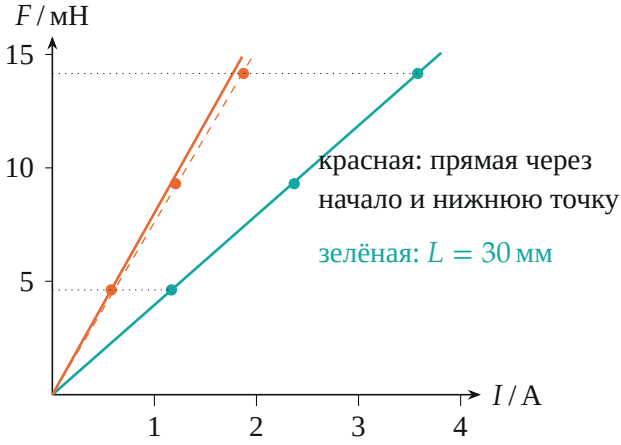
2.3. Эффективная длина L — длина участка стержня, на котором действует магнитное поле. Линии поля выпучиваются у краёв полюсов, поэтому L чуть больше ширины полюса b: $L = b + d$ (d — зазор между полюсами). Изменяют L поворотом магнита на 90° вокруг вертикали: стержень оказывается вдоль короткой или длинной стороны полюса (30 и 60 мм). L находят линейкой (b и d) или по наклонам графиков: $F = (BL)\,I$, поэтому $L_1/L_2 = k_1/k_2$, где $k = F/I$.

2.4. При одной и той же силе токи относятся как $I_{30}/I_{60} = L_{60}/L_{30} = 2$. По точкам графика ($F = 4{,}6;\ 9{,}3;\ 14{,}2$ мН): $1{,}17/0{,}58 = 2{,}0$; $2{,}37/1{,}21 = 1{,}96$; $3{,}58/1{,}87 = 1{,}91$. Наклон F/I зелёного графика ($L = 30$ мм) постоянен: 3,96; 3,92; 3,96 мН/А; у красного ($L = 60$ мм) убывает: 8,0; 7,7; 7,6 мН/А. Красная линия искривляется с ростом отклонения: стержень вдоль длинной стороны полюса смещается поперёк узкой (30 мм) и выходит из однородного поля. Поэтому доверять надо зелёному графику ($L = 30$ мм), а красную прямую провести

через начало координат и нижнюю точку: наклон 8,0 мН/А, отношение наклонов $8{,}0/3{,}96 = 2{,}0$, как у L.



Силы на стержне и треугольник сил: $\operatorname{tg}\varphi = F/(mg)$ *(угол для наглядности увеличен)*



Уточнение графиков: пунктир — красная линия из условия, сплошная — прямая через начало координат и нижнюю точку; зелёная линия не меняется

2.5. Из $F = IBL$ индукция $B = \dfrac{F}{IL}$. Для точки зелёного графика ($L = 30$ мм) $F = 4{,}62$ ед., $I = 1{,}17$ А: если читать силу в ньютонах,

$B = \dfrac{4{,}62}{1{,}17 \cdot 0{,}030} = 132$ Тл — для постоянного магнита невозможно. Обратите внимание: ось F подписана «Н», на самом деле это мН. Проверка по подвесу: $F = 14{,}2$ мН, $mg = 6{,}23 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 = 6{,}1 \cdot 10^{-2}$ Н, $\operatorname{tg}\varphi = 0{,}23$, $\varphi \approx 13°$ — разумный угол (в ньютонах $\operatorname{tg}\varphi \approx 230$, стержень был бы почти горизонтален). Поэтому

$$B = \frac{F}{IL} = \frac{4{,}62 \cdot 10^{-3}\ \text{Н}}{1{,}17\ \text{А} \cdot 0{,}030\ \text{м}} = 0{,}13\ \text{Тл}.$$

Вторая проверка: красная прямая через нижнюю точку даёт $B = \dfrac{8{,}0 \cdot 10^{-3}}{0{,}060} = 0{,}13$ Тл — то же.

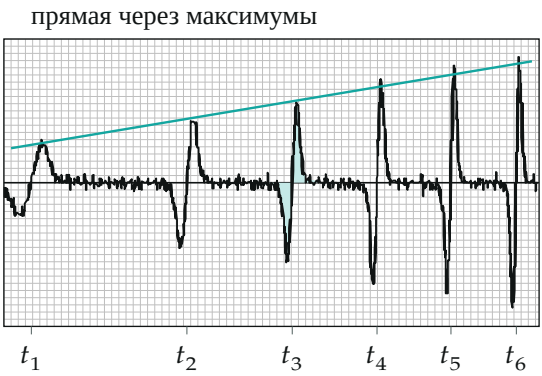
Задача 3.

3.1. На фотографии на трубке 5 катушек, на осциллограмме 6 всплесков напряжения, по одному на катушку: катушек 6.

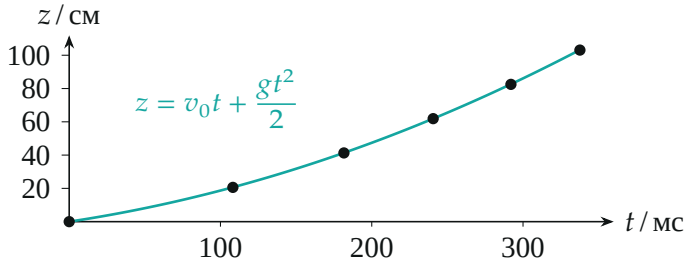
3.2. ЭДС в катушке пропорциональна скорости магнита. Центр магнита проходит через центр катушки, когда ЭДС обращается в нуль (поток максимален). Времена прохождения катушек от первой (по клеткам, 1 клетка = 5 мс):

катушка	1	2	3	4	5	6
t, мс	0	108	182	241	292	338

Катушки стоят на равных расстояниях l, поэтому центр магнита в момент t_k находится на высоте $(k-1)\,l$. При равноускоренном падении $z = v_0 t + gt^2/2$, и точки $(t_k,\ (k-1)l)$ должны лежать на параболе. Две точки задают её параметры, остальные три проверяют вывод: расчёт отличается от отсчитанных положений не более чем на 1,5 мм (рисунок). Падение можно считать равноускоренным.



Осциллограмма: нули ЭДС (моменты t_k прохождения катушек), прямая через максимумы и площади двух полуволн одного всплеска (заливка)



Положения центра магнита в моменты t_k и парабола равноускоренного падения

3.3. От первой до второй катушки проходит $\tau_1 = 0{,}108$ с, до третьей $\tau_2 = 0{,}182$ с. Для равноускоренного движения с $g = 10$ м/с^2 и скоростью v_0 у первой катушки

$$l = v_0\tau_1 + \frac{g\tau_1^2}{2}, \qquad 2l = v_0\tau_2 + \frac{g\tau_2^2}{2}.$$

Исключив v_0, получим

$$l = \frac{g}{2}\,\frac{\tau_1\tau_2(\tau_2 - \tau_1)}{2\tau_1 - \tau_2} = 5 \cdot \frac{0{,}108 \cdot 0{,}182 \cdot 0{,}074}{0{,}034} = 0{,}21 \text{ м}.$$

Точность около 5 % (знаменатель — разность близких чисел); МНК по пяти интервалам даёт $l = 0{,}206$ м.

3.4. По закону Фарадея $|\varepsilon| = N\,|\Delta\Phi/\Delta t|$, поэтому площадь под графиком ЭДС равна $N\,\Delta\Phi$. Когда центр магнита проходит через центр катушки, поток максимален: $\Phi_{\max} = BS_0$. Каждая полуволна всплеска — нарастание потока от нуля до $\Phi_{\max}$ или спад до нуля, площадь полуволны NBS_0. Под полуволной (заливка на осциллограмме) $\approx 11{,}5$ клеток по $5\cdot10^{-3}$ с $\cdot\, 5\cdot10^{-3}$ В $= 2{,}5\cdot10^{-5}$ В с:

$$NBS_0 \approx 11{,}5\cdot2{,}5\cdot10^{-5} = 2{,}9\cdot10^{-4}\ \text{В}\cdot\text{с} \;\Rightarrow\; B = \frac{2{,}9\cdot10^{-4}}{10\cdot2{,}0\cdot10^{-4}\ \text{м}^2} = 0{,}14\ \text{Тл}.$$

Это оценка (разброс подсчёта клеток около 10 %); значение согласуется с $B \approx 0{,}13$ Тл из задачи 2 — независимый контроль, оба типичны для неодимовых магнитов.

Ответ. 1.1) $C_0 = 2{,}2\cdot10^{-10}$ Ф; 1.2) $Q = 6{,}5\cdot10^{-10}$ Кл; 1.3) $U = U_0 d/d_0 = 1{,}5$ В/мм $\cdot\, d$; 1.4) краевые эффекты (плюс емкость проводов и вольтметра); 1.5) $F = \frac{Q}{2}\frac{\Delta U}{\Delta d}$, значения в табл. 1 (от $4{,}9\cdot10^{-7}$ до $1{,}8\cdot10^{-7}$ Н); 1.6) $A \approx 5{,}6\cdot10^{-9}$ Дж; 2.1) $F = IBL$; 2.2) $F = mg\,\mathrm{tg}\,\varphi = mg\,x/\sqrt{s^2-x^2}$; 2.3) $L = b + d$, меняют поворотом магнита на 90°; 2.4) $I_{30}/I_{60} = 2$ верно для нижних точек, доверять графику $L = 30$ мм; 2.5) $B \approx 0{,}13$ Тл (на оси F — мН); 3.1) на фотографии 5 катушек, на осциллограмме 6; 3.2) да, равноускоренно; 3.3) $l \approx 0{,}21$ м; 3.4) $B \approx 0{,}14$ Тл.