

Влияние вращения Земли?

Задача 1. [Республиканская олимпиада (Беларусь) 2025/26, 9 класс, экспериментальный тур, задача 1]

Влияние вращения Земли?

1. Во всех пунктах задания (кроме п. 2.3) повторные измерения не требуются. Однако при необходимости Вы можете провести эти измерения. Для записи их результатов в таблицах предусмотрены дополнительные столбцы.

2. В данном задании погрешности необходимо рассчитывать только в тех пунктах, где это требуется по условию.

3. Вам выдана инструкция по использованию секундомера с памятью этапов. Тщательно ознакомьтесь с ней. Потренируйтесь проводить измерения с запоминанием промежуточных значений времён. Если возникнут вопросы по работе с секундомером, немедленно обращайтесь за помощью к членам оргкомитета.

4. Не будьте многословными, все требуемые обоснования могут быть сформулированы в виде одного, двух предложений!

Приборы и оборудование: штатив, металлический стержень, подвешенный на двух нитях, линейка, секундомер с памятью этапов.

Известно, что вращение Земли влияет на некоторые процессы, протекающие на её поверхности. Например, вращение Земли приводит к тому, что правые берега рек на территории Беларуси в среднем более крутые, чем левые. Хорошо известен опыт Фуко с маятником, который наглядно демонстрирует вращение Земли вокруг своей оси.

В данной работе исследуется вращение стержня, подвешенного на двух нитях. Оказывается, что закон раскручивания стержня зависит от направления вращения.

В школьном курсе физики вы изучаете только два вида движения: равномерное и равноускоренное. Однако многие движения описываются другими, более сложными законами, как, например, в данном задании.

Проверьте: в вашей установке длины нитей должны быть равны $l = (40 \pm 1)$ см, расстояние между нитями $h = (10 \pm 1)$ см, изменять их не следует!

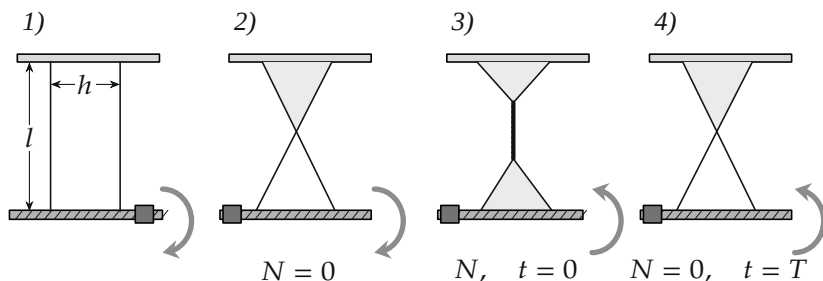


Рис. 1

Для проведения измерений используйте следующую методику. Из начального положения, когда нити вертикальны (1), поверните стержень на половину оборота (2), при этом нити соприкоснутся. Далее поворачивайте стержень так, чтобы нити скручивались, сделайте требуемое количество оборотов N (3). После доверните стержень ещё на половину оборота и отпустите его. Запустите секундомер, когда стержень при раскручивании (в сторону, противоположную направлению закручивания) повернётся на половину оборота и займёт положение, показанное на (3). После этого измеряйте времена требуемых оборотов вращения.

В данной задаче используются две связанные между собой координаты (см. рис. 1):

N — число оборотов при закручивании нитей (отсчитывается от нижнего положения стержня (см. рис. 1.2) снизу вверх);

k — число оборотов, сделанных стержнем в ходе раскручивания нитей, отсчитываемое от положения $N = 30$ (рис. 1.3) (отсчитывается сверху вниз).

Часть 1. Изучение закона движения.

В данной части вам необходимо исследовать закон движения стержня при 30 оборотах свободного вращения. Начальное положение стержня соответствует $N_0 = 30$ и нулевой начальной скорости. Измерения проведите с шагом $\Delta k = 3$. Используйте секундомер с памятью этапов, засекайте времена через каждые три оборота.

- 1.1. Измерьте времена t_k , за которые стержень делает k оборотов из начального положения при вращении стержня против часовой и по часовой стрелке.

1.2. Постройте графики законов движения $k(t)$ при вращении стержня против часовой и по часовой стрелке.

Далее вам необходимо выбрать одну из двух моделей движения стержня.

Модель 1. Равноускоренное движение, при котором закон движения описывается функцией

$$k = At^2. \quad (1)$$

Модель 2. Закон «трёх вторых», при котором закон движения описывается функцией

$$k = Bt^{3/2}. \quad (2)$$

1.3. Постройте графики зависимостей времени t_k числа оборотов от числа оборотов для некоторых функций $f(k)$, позволяющих наглядно определить, какая из функций (1) или (2) точнее описывает вращение стержня при его вращении против часовой и по часовой стрелке. Укажите, какие функции $f(k)$ Вы использовали. Значения этих функций занесите в соответствующие столбцы таблицы 1.

1.4. Укажите, какой из законов точнее описывает изучаемое движение. Укажите диапазоны значений числа оборотов N , где полученные экспериментальные данные могут быть описаны выбранным Вами законом движения.

1.5. Для выбранного закона движения оцените графически численные значения коэффициентов A или B (для вращений в каждую сторону), оцените погрешности найденных значений.

1.6. Укажите, можно ли считать, что законы вращения в разные стороны различаются. Ответ кратко обоснуйте. Сделайте основной вывод на основе проведённых измерений.

1.7. Рассчитайте средние угловые скорости вращения стержня в каждом направлении в части 1 вашей работы. Рассчитайте угловую скорость вращения Земли вокруг своей оси.

1.8. Укажите, можно ли считать вращение Земли причиной различных законов вращения против часовой стрелки и по часовой стрелке.

1.9. Укажите основную причину различных характеристик вращения стержня в противоположных направлениях.

Часть 2. Время раскручивания.

В данной части вам необходимо исследовать зависимость времени полного раскручивания T_N стержня от начального значения N (без начальной скорости) до нижнего положения $N = 0$. Измерения проведите только при раскручивании против часовой стрелки.

- 2.1. Измерьте зависимость времени $T(N)$ полного раскручивания стержня от числа оборотов N для значений $N = 5, 10, 15, 20, 25$.
- 2.2. Оцените погрешность измерения времени раскручивания для $N = 10$. Для этого проведите не менее 5 измерений этого времени.

Зависимость времени раскручивания от начального числа оборотов приближённо может быть описана степенной функцией

$$T(N) = AN^\gamma, \quad (3)$$

где γ — некоторый показатель степени (не обязательно целое число).

- 2.3. Используя результаты измерений зависимости, определите показатель степени γ в формуле (3), при котором функция (3) наиболее точно описывает ваши экспериментальные данные.

Подсказка. В листах ответов приведены графики функций $y = x^\gamma$ на интервале $x \in [0, 1]$ при значениях показателя степени γ от $\gamma = 0,1$ (верхняя кривая) до $\gamma = 1$ (нижняя прямая) с шагом $0,1$. Воспользуйтесь этими графиками для ответа на поставленный вопрос. Можете произвести некоторые дополнительные расчёты и построения на этом бланке. Кратко опишите Ваш метод определения показателя степени.

▲ **Решение. Что происходит.** Нити, скрутившись в жгут, поднимают стержень и хранят запас закрутки. После отпускания стержень раскручивает нити и разгоняется, но тем слабее, чем меньше осталось закрутки. Поэтому ускорение не постоянно, и закон $k \propto t^2$ нужно проверять, а не предполагать. Проверка — линеаризация: подбираем такую функцию $f(k)$, чтобы при верном законе точки $(f(k), t_k)$ лежали на прямой, проходящей через начало координат.

Обозначения. k — число оборотов от старта ($N_0 = 30$), t_k — время, за которое сделано k оборотов. Число оборотов закрутки, ещё не раскру-

ченных, $N = 30 - k$ (рис. 2). Все числа ниже — результаты образцового выполнения работы (по две серии в каждую сторону, берём средние).

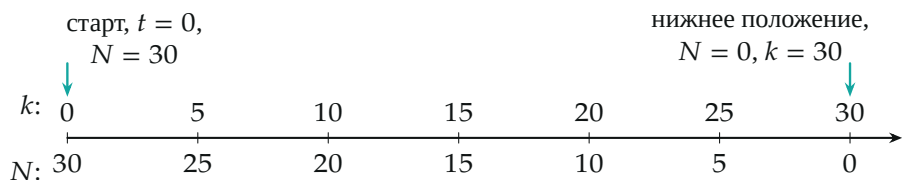


Рис. 2. Две координаты стержня: k растёт от старта, N убывает

Пункты 1.1 и 1.2. Измерения и законы движения. Секундомер с памятью этапов запускают в момент, когда стержень повернулся на половину оборота и занял положение (З), и нажимают кнопку этапа через каждые три оборота. Результаты — в таблице 1. В последних столбцах — значения $f_1 = \sqrt{k}$ и $f_2 = k^{2/3}$, смысл которых объяснён в п. 1.3.

k	t_k (против часовой), с	t_k (по часовой), с	$f_1 = \sqrt{k}$	$f_2 = k^{2/3}$
0	0	0	0	0
3	5,66	4,17	1,732	2,080
6	9,45	6,94	2,449	3,302
9	12,81	9,28	3,000	4,327
12	15,97	11,37	3,464	5,241
15	19,12	13,43	3,873	6,082
18	22,28	15,37	4,243	6,868
21	25,60	17,36	4,583	7,612
24	28,92	19,39	4,899	8,320
27	32,66	21,34	5,196	9,000
30	36,76	23,39	5,477	9,655

Таблица 1. Результаты измерений

Графики $k(t)$ для обоих направлений (рис. 3) — кривые, загибающиеся к оси времени: за равные промежутки времени стержень делает всё больше оборотов, но разгон замедляется. Вращение по часовой стрелке заметно быстрее: 30 оборотов за 23,4 с против 36,8 с.

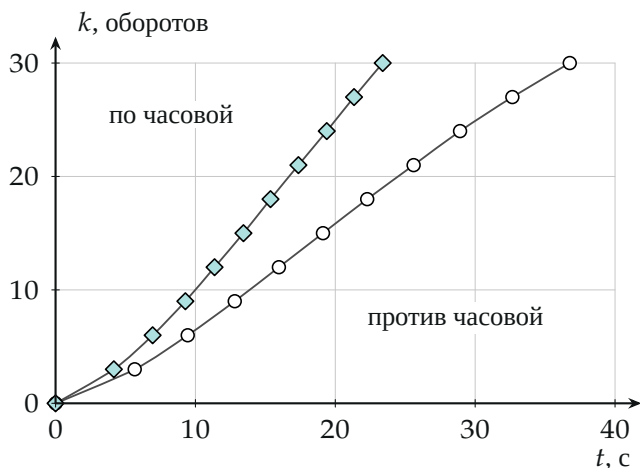


Рис. 3. Законы движения $k(t)$

Пункт 1.3. Какие функции $f(k)$ проверять. Если верна модель (1), то

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}} \sqrt{k},$$

поэтому берём $f_1(k) = \sqrt{k}$: график $t(f_1)$ должен быть прямой через начало координат. Если верна модель (2), то

$$t = \left(\frac{k}{B} \right)^{2/3} = B^{-2/3} k^{2/3},$$

поэтому берём $f_2(k) = k^{2/3} = \sqrt[3]{k^2}$.

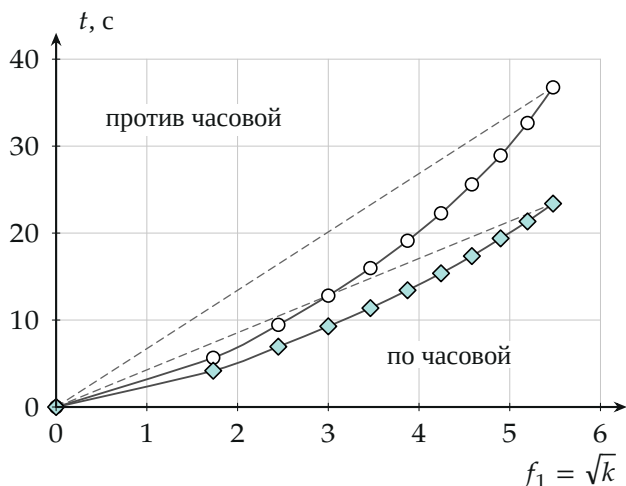


Рис. 4. Проверка закона (1): t от $\sqrt{k}$; штрих — хорда от начала координат до последней точки

Точки для f_1 лежат на выпуклых кривых, заметно прогибающихся вниз относительно хорды: прямой нет ни в одном из двух направлений. Закон (1) не подтверждается.

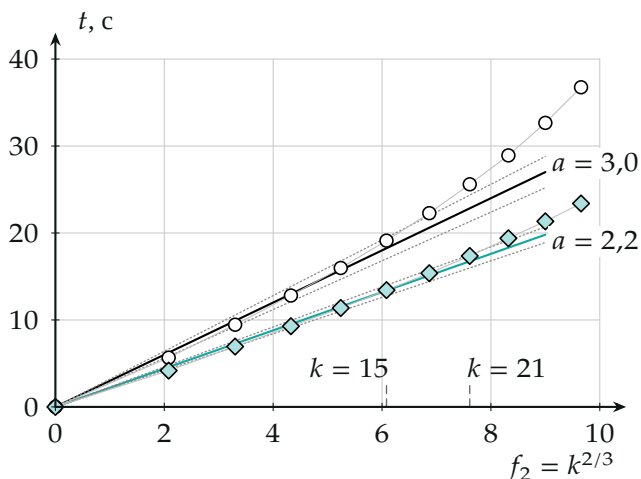


Рис. 5. Проверка закона (2): t от $k^{2/3}$; сплошные прямые — основные, пунктир — границы наклона

Пункт 1.4. Какой закон точнее. Закон (2): на графике $t(f_2)$ точки в начале движения хорошо ложатся на прямую через начало координат, а на графике $t(f_1)$ ни одна часть точек прямой не образует. Это и логично: показатель степени, найденный по первым точкам, $t \propto k^{0,73}$, ближе к $2/3$, чем к $1/2$. Диапазон применимости: точки отклоняются от прямой меньше чем на 5–6 % при вращении против часовой стрелки до $k \approx 15$, то есть для N от 30 до ≈ 15 ; по часовой стрелке — до $k \approx 21$, то есть для N от 30 до ≈ 9 . Дальше движение быстрее закона (2): t растёт с k почти линейно, угловая скорость почти постоянна. Первая точка ($k = 3$) слегка выпадает из-за неточного момента старта.

Пункт 1.5. Коэффициенты. Из $t = af_2$ следует $a = B^{-2/3}$, откуда $B = a^{-3/2}$. Наклон a находим по основной прямой через начало координат, а границы $a_{\min}$, $a_{\max}$ — по двум прямым, между которыми лежат точки рабочего диапазона (рис. 5). Погрешность степенной функции:

$$\Delta B = \frac{3}{2} B \frac{\Delta a}{a}.$$

	a	$B = a^{-3/2}$
против часовой стрелки	$3,0 \pm 0,2$	$0,19 \pm 0,02$
по часовой стрелке	$2,2 \pm 0,1$	$0,31 \pm 0,02$

Пункт 1.6. Различаются ли законы. Да: коэффициенты $0,19 \pm 0,02$ и $0,31 \pm 0,02$ различаются в 1,6 раза, а разность 0,12 в несколько раз больше погрешности каждого из них. Основной вывод: стержень раскручивается по одному закону $k = Bt^{3/2}$, но с разными коэффициентами в разные стороны.

Пункт 1.7. Угловые скорости. За k оборотов стержень поворачивается на угол $2\pi k$, поэтому средняя угловая скорость за всё движение ($k = 30$)

$$\langle \omega \rangle = \frac{2\pi k}{t_k}, \quad \omega_{\text{против}} = \frac{2\pi \cdot 30}{36,76 \text{ с}} \approx 5,1 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{\text{по}} = \frac{2\pi \cdot 30}{23,39 \text{ с}} \approx 8,1 \text{ с}^{-1}.$$

Для Земли период — сутки $T_{\oplus} = 86\,400\text{ с}$:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T_{\oplus}} \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}.$$

Пункт 1.8. Влияет ли вращение Земли. Нет. Угловая скорость стержня в $7 \cdot 10^4$ – 10^5 раз больше угловой скорости Земли, так что возможная поправка порядка $\Omega/\omega \sim 10^{-5}$, а законы в разные стороны отличаются на десятки процентов (B отличается в 1,6 раза).

Пункт 1.9. Причина различия. Нити были скручены ещё до опыта. Эта собственная закрутка складывается с закруткой, созданной рукой, при одном направлении и вычитается из неё при другом, так что эффективное число оборотов, по которому нити сопротивляются, в двух направлениях разное. Установка симметрична, и без собственной закрутки нитей законы совпали бы.

Обратите внимание. Выбирая функции $f(k)$, мы не подгоняем кривую, а превращаем проверяемый закон в прямую: прямую через начало координат легко оценить на глаз, а кривую — нет.

Часть 2. Время раскручивания.

Пункт 2.1. Измерения. Стержень закручивают на $N = 5, 10, 15, 20, 25$ оборотов, отпускают без начальной скорости и измеряют время T до прихода в нижнее положение; в каждой точке — две серии (таблица 2). В последних столбцах — нормированные величины для п. 2.3 ($N_{\max} = 25, T_{\max} = 34,71\text{ с}$).

N	$T_1, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$\langle T \rangle, \text{ с}$	$N/N_{\max}$	$T/T_{\max}$
5	21,42	21,32	21,37	0,20	0,62
10	26,59	26,56	26,57	0,40	0,77
15	30,13	30,08	30,11	0,60	0,87
20	32,62	32,52	32,57	0,80	0,94
25	34,71	34,71	34,71	1,00	1,00

Таблица 2. Время полного раскручивания

Пункт 2.2. Погрешность. Для $N = 10$ выполнено шесть измерений: 26,59; 26,47; 26,61; 26,56; 26,53; 26,42 с. Среднее $\langle T \rangle = 26,53\text{ с}$. Погрешность среднего оцениваем как среднеквадратичное отклонение

среднего:

$$\Delta T = \sqrt{\frac{\sum_i (T_i - \langle T \rangle)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,0266}{30}} \approx 0,03 \text{ с}, \quad T = (26,53 \pm 0,03) \text{ с}.$$

Пункт 2.3. Показатель степени. Запишем функцию (3) для двух значений и поделим: $\frac{T}{T_{\max}} = \left(\frac{N}{N_{\max}} \right)^\gamma$. Так мы избавились от неизвестной константы A : в нормированных координатах $x = N/N_{\max}$, $y = T/T_{\max}$ график $y = x^\gamma$ проходит через точку $(1; 1)$, а форма кривой зависит только от γ . Нанесём на бланк с семейством кривых $y = x^\gamma$ точки $(N/N_{\max}, T/T_{\max})$ из таблицы 2 и посмотрим, у какой кривой они лежат ближе всего (рис. 6).

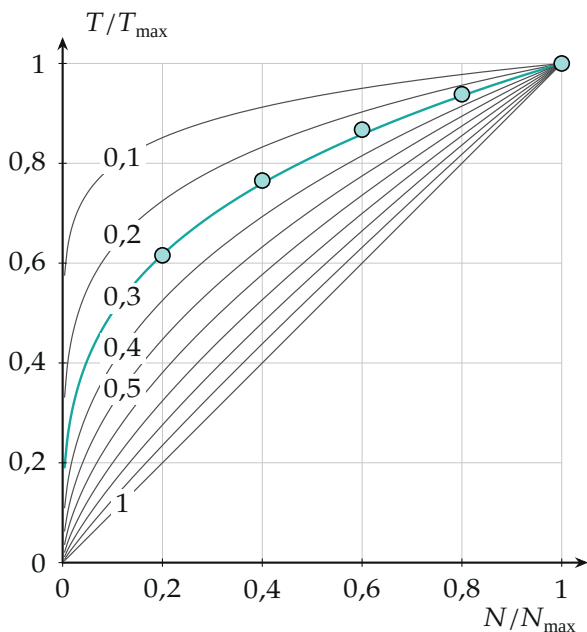


Рис. 6. Нормированные точки (кружки) на семействе кривых $y = x^\gamma$, $\gamma = 0,1; 0,2; \dots; 1$. Бирюзовая кривая — $\gamma = 0,3$

Точки идут вдоль кривой $\gamma = 0,3$. Частные значения $\gamma = \frac{\ln(T/T_{\max})}{\ln(N/N_{\max})}$

по четырём точкам равны 0,30; 0,29; 0,28; 0,29. Наклон графика в логарифмических координатах (метод наименьших квадратов) даёт $\gamma = 0,30$ и $A = T_{\max}/N_{\max}^{\gamma} \approx 13$ с (рис. 7).

$$\gamma \approx 0,3$$

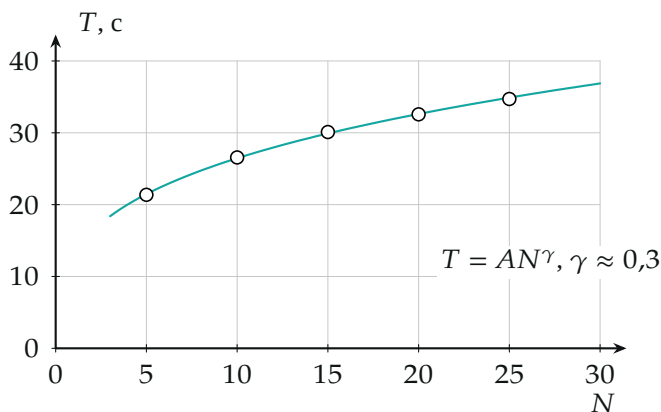


Рис. 7. Зависимость $T(N)$ и степенная функция $T = 13,2 N^{0,3}$

Время раскручивания растёт с N очень медленно: увеличение числа оборотов в 5 раз удлинит раскручивание лишь в 1,6 раза.

Проверка. Подставим время обратно в закон (2). Против часовой стрелки ($B = 0,19$): при $t = 19,12$ с получаем $k = 0,19 \cdot 19,12^{3/2} \approx 16$ (измерено 15); при $t = 36,76$ с получаем 43 (измерено 30) — в конце движения закон перестаёт работать, как и сказано в п. 1.4. По часовой стрелке ($B = 0,31$): $t = 13,43$ с даёт 15, $t = 17,36$ с даёт 22 (измерено 15 и 21), $t = 23,39$ с даёт 35 (измерено 30). Коэффициенты и границы применимости согласованы с таблицей. Размерность: B — в $\text{с}^{-3/2}$, $a = B^{-2/3}$ — в секундах, как и t/f_2 .

Ответ. 1.4) точнее описывает закон $k = Bt^{3/2}$ (до $N \approx 15$ против часовой и до $N \approx 9$ по часовой стрелке); 1.5) против часовой $B = 0,19 \pm 0,02$, по часовой $B = 0,31 \pm 0,02$; 1.6) законы различаются; 1.7) $\omega \approx 5,1 \text{ с}^{-1}$ (против часовой) и $8,1 \text{ с}^{-1}$ (по часовой), $\Omega \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$; 1.8) нет; 1.9) собственная закрутка нитей; 2.2) $T = (26,53 \pm 0,03) \text{ с}$; 2.3) $\gamma \approx 0,3$.