Охлаждение ядерного реактора

Задача 1. [Республиканская олимпиада (Беларусь) 2025/26, 9 класс, задача 2] **Охлаждение ядерного реактора**

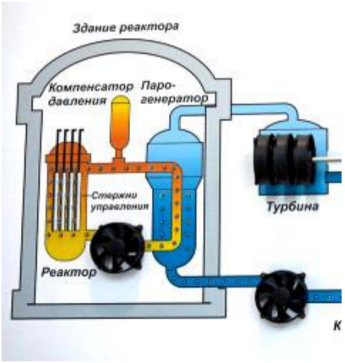
Одной из серьёзных проблем безопасной работы атомных электростанций является охлаждение ядерного реактора, поддержание внутри него постоянной температуры. Сбой в работе системы охлаждения стал одной из причин Катастрофы на Чернобыльской АЭС.

На Белорусской АЭС установлены ядерные реакторы ВВЭР-1200 (водо-водяной энергетический реактор, мощность 1200 МВт). В качестве носителя теплоты в данном реакторе используется вода. В задаче используются реальные параметры именно этого реактора. На фото показан этот реактор во время его установки.



В результате реакции деления урана в реакторе выделяется громадное количество теплоты, которую надо полностью «вывести» из реактора. Для этого используется вода, которая под большим давлением (около 150 атм) обтекает тепловыделяющие элементы реактора (ТВЭЛ), охлаждая их, благодаря чему в реакторе поддерживается постоянная температура. Эта нагретая вода поступает в парогенератор, разогревает воду во втором контуре, которая превращается в пар, который поступает на турбины и т. д.

В данном задании нас интересует процесс охлаждения тепловыделяющих элементов водой наиболее эффективным способом.



Справочные данные. Тепловая мощность реактора $P = 3200$ МВт; удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$; плотность воды $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; температура «холодной» воды на входе в реактор $t_0 = 300\,^\circ\text{C}$; температура горячей воды на выходе из реактора $t_1 = 330\,^\circ\text{C}$. Благодаря повышенному давлению вода не закипает. Рабочая температура поверхности ТВЭЛ $T = 350\,^\circ\text{C}$.

Часть 1. Сколько надо воды?

1.1. Рассчитайте, какой объём воды должен протекать через реактор за час, чтобы температура поверхности ТВЭЛ оставалась постоянной.

Часть 2. Как повысить эффективность охлаждения?

Проведём мысленный модельный эксперимент. Необходимо охладить горячий металлический брусок, начальная температура которого равна $t_0 = 90\,^\circ\text{C}$. Для этого в Вашем распоряжении имеется ограниченный объём холодной воды при температуре $T = 10\,^\circ\text{C}$.

Для упрощения расчётов примем, что теплоёмкости имеющейся воды и бруска равны, т. е. $c_1 m_1 = c_2 m_2 = C$. Потерями теплоты в окружающую среду можно пренебречь. Сначала рассмотрим очевидный, но не лучший способ охлаждения бруска.

2.1. Рассчитайте, на сколько градусов δt^* охладится брусок, если его погрузить во всю имеющуюся воду и дождаться установления теплового равновесия.

Теперь рассмотрим более эффективный способ теплопередачи. Поместим брусок в сосуд (теплоёмкостью которого пренебрежём), а воду будем добавлять небольшими порциями, убирая каждую порцию из сосуда после достижения теплового равновесия. Разобьём всю имеющуюся воду на N одинаковых порций: берём первую порцию, вливаем её в сосуд с бруском, дожидаемся установления теплового равновесия, выливаем воду, добавляем следующую порцию и т. д. Обозначим температуру бруска после добавления порции номер n (и установления равновесия) t_n, а разность между температурой бруска и температурой воды $z_n = t_n - T$.

2.2. Выразите температуру бруска t_{n+1} после добавления $(n+1)$-й порции через температуру воды T и температуру t_n.

2.3. Выразите разность температур z_{n+1} через z_n.

2.4. Получите явное выражение для разности температур бруска и воды z_n через начальную разность $z_0 = (t_0 - T)$ и число использованных порций воды n.

2.5. Получите формулу, на сколько градусов охладится брусок $\delta t_N = t_0 - t_N$ после использования всех N порций воды.

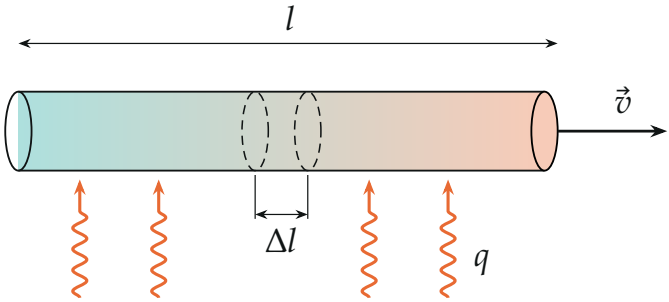
2.6. Рассчитайте численные значения изменения температуры бруска δt_N для $N = 2, 4, 8, 16, 32$.

2.7. Оцените, на сколько градусов $\delta t_{\text{кон.}}$ охладится брусок, если его очень медленно поливать имеющейся водой.

Часть 3. Охлаждение движущейся водой.

В предыдущей части было показано, что, разбивая охлаждающую жидкость на малые порции, можно повысить скорость охлаждения. Такой метод фактически используется при охлаждении ТВЭЛ ядерных реакторов — охлаждение осуществляется непрерывно движущейся водой. В рассматриваемом реакторе ВВЭР-1200 вода обтекает топливные элементы, запакованные в циркониевые трубки. Но, не меняя сущности протекающих процессов, будем считать, что вода протекает по трубам внутри активной зоны, как это было в реакторах более ранних конструкций. Для того чтобы рассчитать, какое количество теплоты уносит вода, необходимо знать, в каких пределах изменяется её температура.

Рассмотрим передачу теплоты движущейся по трубе воде. Пусть вода движется по цилиндрической трубе радиуса r и длины l с постоянной скоростью v. Температура окружающей среды постоянна и равна T. Для проведения расчётов мысленно разобьём трубу на N одинаковых участков длиной $\Delta l = \dfrac{l}{N}$. Также будем считать, что вода движется скачками: в течение промежутка времени τ она покоится, а затем скачком смещается на расстояние Δl.

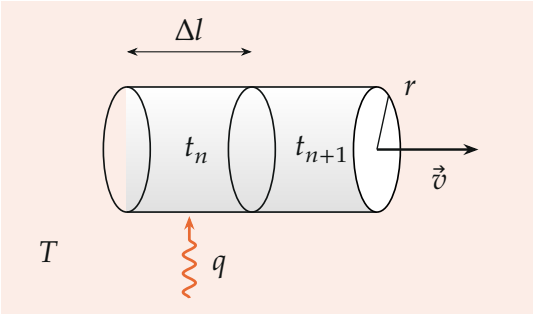


3.1. Найдите время между скачками τ такое, чтобы средняя скорость при движении скачками была равна скорости движения воды v.

Рассмотрим два соседних выделенных участка с номерами n и $(n+1)$. Обозначим t_n — начальную температуру порции воды на участке n (сразу после того, как эта порция переместилась в этот участок). Количество теплоты, которое поступает к воде на участке n за время τ, определяется законом Фурье

$$q = \lambda\,(T - t_n)\,S\tau, \qquad (1)$$

где λ — коэффициент теплопередачи, зависящий от материала трубы и толщины её стенок, S — площадь боковой поверхности выбранного участка. Введём величину $z_n = T - t_n$ — разность между температурой окружающей среды и температурой воды на участке номер n.



3.2. Выразите значение z_{n+1} через z_n, N и другие известные параметры рассматриваемой задачи. Представьте это выражение в виде $z_{n+1} = \left(1 - \frac{1}{N}\frac{v^*}{v}\right) z_n$, где v^* — некоторая постоянная величина, имеющая размерность скорости.

3.3. Получите формулу для величины z_N (на выходе из трубы). Выразите её через z_0 (на входе в трубу), N и v^*.

3.4. Рассчитайте численное значение величины v^* для используемых в реакторе труб.

Трубы изготовлены из циркониевого сплава, их длина $l = 3{,}5$ м, диаметр $d = 9{,}0$ мм (толщина стенок значительно меньше), коэффициент теплопередачи для них $\lambda = 3{,}6 \cdot 10^4 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$. Пусть скорость течения воды равна найденной величине v^*, её начальная температура равна $t_0 = 300\,^\circ\text{C}$, температура снаружи трубы равна $T = 350\,^\circ\text{C}$.

3.5. Рассчитайте при этих условиях температуру воды на выходе из трубы.

3.6. Укажите, чему примерно равна скорость течения воды, поступающей в реактор.

▲ **Решение. Что происходит.** Во всех трёх частях работает одно правило: теплота перетекает от горячего к холодному, и чем больше разность температур, тем больше передаётся. Поэтому разность температур между телом и водой после каждого шага уменьшается в одно и то же число раз — это геометрическая прогрессия, а при бесконечно мелких шагах — экспонента. Мелкие порции (и непрерывный поток) эффективнее од-

ной большой: вода всё время встречает более горячее тело и забирает больше теплоты.

Обозначения. V — объём воды, проходящий через реактор за секунду; $\Delta t = t_1 - t_0$ — нагрев воды в реакторе; C — теплоёмкость бруска (и всей воды); z_n — разность температур, z_0 — начальная; $S = 2\pi r\,\Delta l$ — боковая поверхность участка трубы.

Пункт 1.1. Объём воды.

1. Тепловой баланс реактора. Установившийся режим означает, что вся выделяемая тепловая мощность реактора уходит с водой. За секунду через реактор проходит объём V, то есть масса ρV, и нагревается на $t_1 - t_0$:

$$P = c\rho V\,(t_1 - t_0) \;\Rightarrow\; V = \frac{P}{c\rho\,(t_1 - t_0)}$$

$$V = \frac{3{,}2 \cdot 10^9}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 30}\,\frac{\text{м}^3}{\text{с}} \approx 25{,}4\,\frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

За час: $V_\text{ч} = 3600\,V \approx 9{,}1 \cdot 10^4$ м^3.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Вт}}{(\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}))\cdot(\text{кг}/\text{м}^3)\cdot\text{К}} = \dfrac{\text{м}^3}{\text{с}}$. Масса воды $\approx 2{,}5\cdot 10^4$ кг/с — 25 тонн в секунду, это порядок реальных реакторов.

Пункт 2.1. Брусок во всю воду. Теплота, отданная бруском, равна теплоте, полученной водой: $C(t_0 - t^*) = C(t^* - T)$, откуда $t^* = \dfrac{t_0 + T}{2} = 50°\text{C}$, и

$$\delta t^* = t_0 - t^* = \frac{t_0 - T}{2} = 40°.$$

Пункты 2.2–2.4. Порции воды.

2. Масса $(n+1)$-й порции в N раз меньше всей воды, то есть её теплоёмкость C/N. Уравнение теплового баланса: теплота отдана бруском — получена порцией (потерь нет, равновесная температура t_{n+1} общая):

$$C\,(t_n - t_{n+1}) = \frac{C}{N}\,(t_{n+1} - T) \;\Rightarrow\; t_{n+1} = \frac{t_n + T/N}{1 + 1/N}.$$

3. Вычтем T из обеих частей:

$$z_{n+1} = t_{n+1} - T = \frac{t_n - T}{1 + 1/N} = \frac{z_n}{1 + 1/N}.$$

4. Каждая порция уменьшает разность в $(1 + 1/N)$ раз — геометрическая прогрессия со знаменателем $\dfrac{1}{1 + 1/N}$:

$$z_n = \frac{z_0}{(1 + 1/N)^n}, \qquad z_0 = t_0 - T = 80^\circ.$$

Пункты 2.5–2.7. Итог для N порций.

5. После всех N порций $t_N = T + z_N$, значит

$$\delta t_N = t_0 - t_N = (t_0 - T) - z_N = (t_0 - T)\left[1 - \left(1 + \frac{1}{N}\right)^{-N}\right]$$

$$= 80^\circ\left[1 - \left(1 + \frac{1}{N}\right)^{-N}\right].$$

При $N = 1$ получаем 40°, как в пункте 2.1.

6. Считаем (одна цифра после запятой):

N	1	2	4	8	16	32
δt_N, °	40,0	44,4	47,2	48,8	49,7	50,1

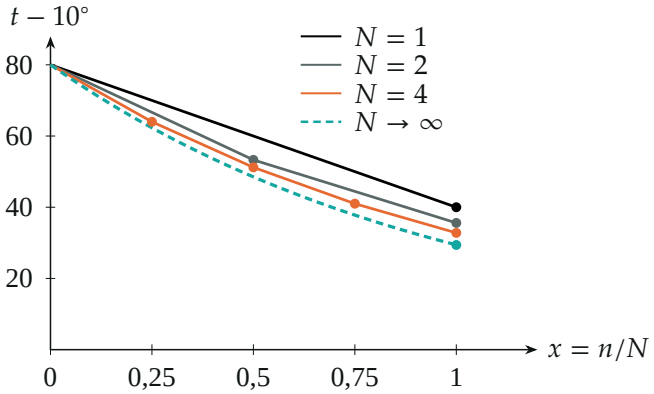


Рис. 1. Температура бруска (отсчитана от $T = 10°C$) после использованной доли воды $x = n/N$: чем мельче порции, тем ниже конечная температура

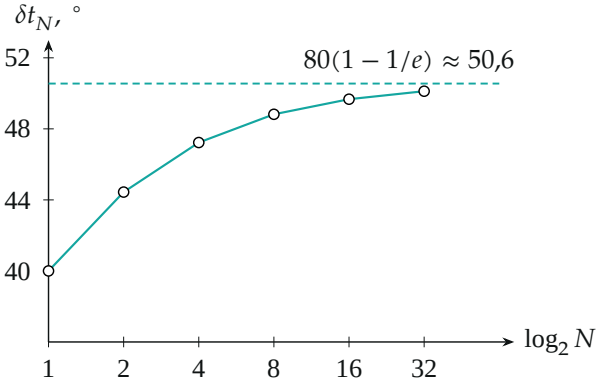


Рис. 2. Охлаждение бруска δt_N быстро выходит на предел

7. Очень медленное поливание — это $N \to \infty$. Предел $\left(1 + \dfrac{1}{N}\right)^N \to e = 2{,}718\ldots$, поэтому

$$\delta t_{\text{кон.}} = (t_0 - T)\left(1 - \frac{1}{e}\right) \approx 80° \cdot 0{,}632 \approx 50{,}6° \approx 51°.$$

Видно и по таблице: с ростом N значение почти не меняется (49,7° при 16 и 50,1° при 32). Выигрыш по сравнению со всей водой сразу — на четверть (50,6° вместо 40°).

Проверка. $N = 1$ даёт $\delta t_1 = 80(1 - 1/2) = 40°$ — совпадает с пунктом 2.1. Брусок не может охладиться ниже T: $\delta t < 80°$, и $50{,}6° < 80°$.

Пункт 3.1. Время между скачками. За один скачок вода сдвигается на $\Delta l = l/N$. Средняя скорость $v = \dfrac{\Delta l}{\tau}$ даёт

$$\tau = \frac{\Delta l}{v} = \frac{l}{Nv}.$$

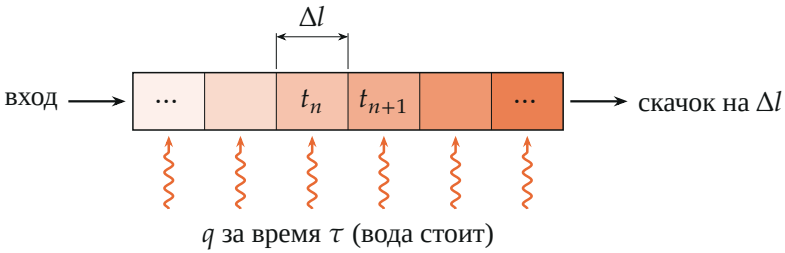


Рис. 3. Схема расчёта: участок за участком вода стоит время τ, нагреваясь через стенку (оттенок — температура), затем вся вода сдвигается на Δl

Пункты 3.2–3.4. Нагрев порции.

8. За время τ порция воды на участке n получает теплоту по закону Фурье $q = \lambda(T - t_n)S\tau$ с $S = 2\pi r\Delta l$ (боковая поверхность участка). Она идёт на нагрев воды объёма $\pi r^2\Delta l$ и массы $\rho\pi r^2\Delta l$:

$$\lambda\,(T - t_n)\,2\pi r\,\Delta l\,\tau = c\rho\,\pi r^2\Delta l\,(t_{n+1} - t_n)$$

$$\Rightarrow\ t_{n+1} - t_n = \frac{2\lambda\tau}{c\rho r}\,(T - t_n).$$

Подставим $\tau = \dfrac{l}{Nv}$ и учтём, что $t_{n+1} - t_n = z_n - z_{n+1}$:

$$z_n - z_{n+1} = \frac{1}{N}\,\frac{2\lambda l}{c\rho r}\,\frac{1}{v}\,z_n \ \Rightarrow\ z_{n+1} = \left(1 - \frac{1}{N}\,\frac{v^*}{v}\right)z_n, \qquad v^* = \frac{2\lambda l}{c\rho r}.$$

Величина v^* имеет размерность скорости: $\dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}} \cdot \text{м} \cdot \dfrac{\text{кг К}}{\text{Дж}} \cdot \dfrac{\text{м}^3}{\text{кг}} \cdot \dfrac{1}{\text{м}} = \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

9. Разность температур каждый раз умножается на один и тот же множитель, поэтому после N участков

$$z_N = \left(1 - \frac{v^*}{Nv}\right)^N z_0.$$

Для больших N множитель стремится к $e^{-v^*/v}$ — то есть при непрерывном течении $z_N = z_0\, e^{-v^*/v}$.

10. Радиус трубы $r = d/2 = 4{,}5$ мм:

$$v^* = \frac{2 \cdot 3{,}6 \cdot 10^4 \cdot 3{,}5}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3}}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 13{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 13\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Пункты 3.5–3.6. Выход из трубы.

11. При $v = v^*$ множитель равен $\left(1 - \dfrac{1}{N}\right)^N$; при $N = 16$ он равен 0,356, при $N \to \infty$ — $e^{-1} = 0{,}368$. Здесь $z_0 = T - t_0 = 50°$, значит $z_N \approx 18°$, и вода выходит с температурой

$$t_{\text{вых}} = T - z_N \approx 350° - 18° \approx 332°\text{C}.$$

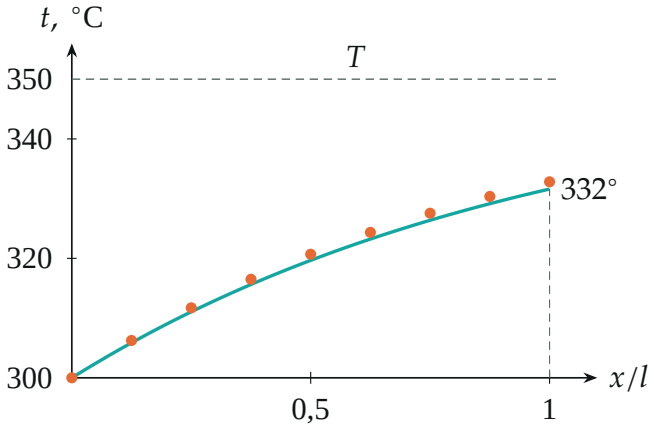


Рис. 4. Температура воды вдоль трубы при $v = v^*$: линия — непрерывное течение, точки — расчёт по $N = 8$ участкам

12. На выходе из настоящего реактора вода имеет 330°C ($z = 20°$). Приравняем $20 = 50\,e^{-v^*/v}$: $\dfrac{v^*}{v} = \ln 2{,}5 = 0{,}92$, откуда $v = \dfrac{v^*}{0{,}92} \approx$ 14,5 м/с. Значит, скорость течения воды, поступающей в реактор, примерно равна v^* — порядка 13–15 м/с.

Обратите внимание. Радиус в v^* — радиус трубы, а в условии дан *диаметр* $d = 9{,}0$ мм. И в частях 2–3 в расчёте всегда участвует разность температур с *окружающей* средой T, а не с начальной.

Проверка. Размерности проверены в пунктах 1.1 и 3.2. Предел: $v \to \infty$ даёт $z_N \to z_0$ (вода не успевает нагреться), $v \to 0$ даёт $z_N \to 0$ (вода нагревается до T) — так и должно быть. Множитель $1 - 1/e$ в пункте 2.7 — тот же закон, что $e^{-v^*/v}$ в части 3: в одном случае порции льются на брусок, в другом — вода бежит по трубе.

Ответ. 1.1) $V \approx 25{,}4$ м^3/с $\approx 9{,}1 \cdot 10^4$ м^3/час; 2.1) $\delta t^* = 40°$; 2.2) $t_{n+1} = \dfrac{t_n + T/N}{1 + 1/N}$; 2.3) $z_{n+1} = \dfrac{z_n}{1 + 1/N}$; 2.4) $z_n = \dfrac{z_0}{(1 + 1/N)^n}$; 2.5) $\delta t_N = (t_0 - T)\left[1 - (1 + 1/N)^{-N}\right]$; 2.6) 44,4°; 47,2°; 48,8°; 49,7°; 50,1°; 2.7) $\delta t_{\text{кон.}} = 80(1 - 1/e) \approx 50{,}6° \approx 51°$; 3.1) $\tau = \dfrac{l}{Nv}$; 3.2) $z_{n+1} = \left(1 - \dfrac{v^*}{Nv}\right) z_n$, $v^* = \dfrac{2\lambda l}{c\rho r}$; 3.3) $z_N = \left(1 - \dfrac{v^*}{Nv}\right)^N z_0$; 3.4) $v^* \approx 13$ м/с; 3.5) $t_{\text{вых}} \approx 332$°C; 3.6) $v \approx v^* \approx 14$ м/с (13–15 м/с).