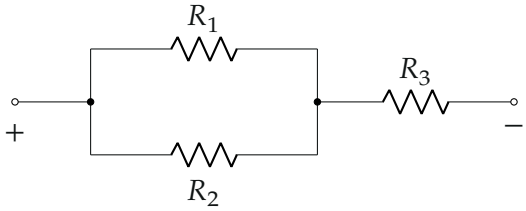
Мощности на резисторах в смешанном соединении

Задача 3. [Физтех 2008/09, 11 класс, задача 3] Электрическая цепь состоит из параллельно соединённых резисторов с сопротивлениями $R_1 = 80$ Ом, $R_2 = 40$ Ом и подключённого к ним последовательно резистора с сопротивлением $R_3 = 20$ Ом. К цепи подведено напряжение. На резисторе с сопротивлением R_1 выделяется мощность $P_1 = 20$ Вт. Найти мощности, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_2 и R_3.



Поясняющий рисунок: R_1 и R_2 параллельно, к ним последовательно R_3.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на закон Ома и мощность тока в цепи постоянного тока. По мощности на R_1 находим напряжение на параллельном участке — оно общее для R_1 и R_2. Ток через R_3 — сумма токов ветвей (закон сохранения заряда в узле, первое правило Кирхгофа).

Обозначения. U_1 — напряжение на параллельном участке, I_1, I_2, I_3 — токи через R_1, R_2, R_3 (рис. 1).

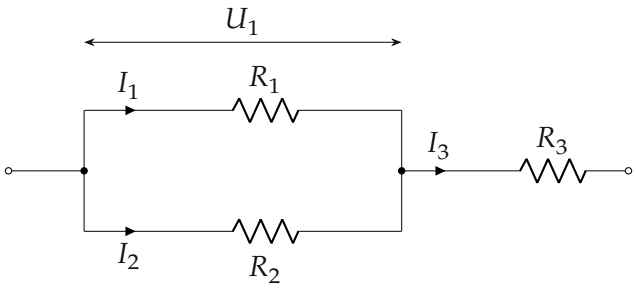


Рис. 1. Токи в ветвях. Напряжение U_1 одно и то же на R_1 и R_2.

1. Напряжение на параллельном участке. Мощность на резисторе $P = U^2/R$, откуда для R_1

$$U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = \sqrt{20 \cdot 80}\ \text{В} = 40\ \text{В}, \qquad I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 0{,}5\ \text{А}.$$

2. Резистор R_2. Напряжение на нём то же U_1 (параллельное соединение):

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} = 1\ \text{А}, \qquad P_2 = \frac{U_1^2}{R_2} = \frac{1600}{40}\ \text{Вт} = 40\ \text{Вт}.$$

Короче: при одном напряжении $P \propto 1/R$, а $R_2 = R_1/2$, поэтому $P_2 = 2P_1 = 40$ Вт.

3. Резистор R_3. Через него идёт весь ток: по первому правилу Кирхгофа для узла справа

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1{,}5\ \text{А}, \qquad P_3 = I_3^2 R_3 = 2{,}25 \cdot 20\ \text{Вт} = 45\ \text{Вт}.$$

Токи и мощности — на рис. 2.

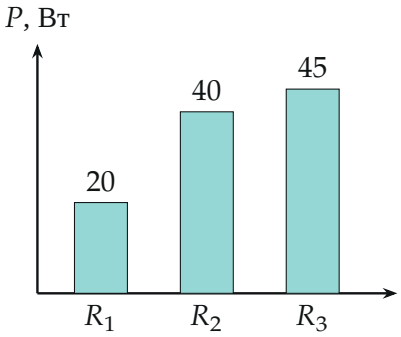


Рис. 2. Мощности на резисторах. Через R_3 идёт суммарный ток 1,5 А.

4. Распределение напряжения. На R_3 напряжение $U_3 = I_3 R_3 = 30$ В, всего к цепи подведено $U = U_1 + U_3 = 70$ В (рис. 3).

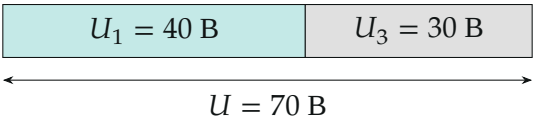


Рис. 3. Подведённое напряжение делится между параллельным участком и R_3.

5. Второй способ для U_1. Сопротивление параллельного участка $R_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{80}{3}$ Ом; проверка: $U_1 = I_3R_{12} = 1{,}5 \cdot \frac{80}{3} = 40$ В — сходится.

Ответ.

$$P_2 = \frac{P_1R_1}{R_2} = 40 \text{ Вт}, \qquad P_3 = P_1R_1R_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^2 = 45 \text{ Вт}$$

Проверка. Баланс мощностей: источник отдаёт $UI_3 = 70 \cdot 1{,}5 = 105$ Вт, на резисторах $20 + 40 + 45 = 105$ Вт — сходится. Размерность: $P_1R_1R_3/R^2$ — ватты.

Смысл: меньшее из параллельных сопротивлений забирает больший ток и большую мощность, а последовательный R_3 греется суммарным током.

Ответ. $P_2 = 40$ Вт, $P_3 = 45$ Вт.