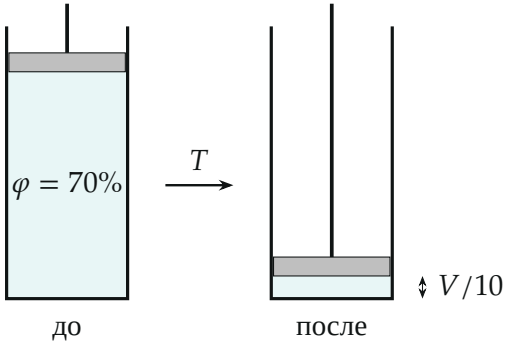
Конденсация пара при изотермическом сжатии в 10 раз

Задача 5. [Физтех 2008/09, 11 класс, задача 5] В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью 70%. Объём цилиндра изотермически уменьшили в 10 раз. Какая часть водяного пара сконденсировалась? Объёмом жидкости в конечном состоянии можно пренебречь.



Поясняющий рисунок: изотермическое сжатие в 10 раз.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Задача на насыщенный пар. Пока пар ненасыщенный, он ведёт себя как идеальный газ: при изотермическом сжатии его давление растёт обратно пропорционально объёму. Давление пара не может превысить давление насыщенного пара $p_н$ при данной температуре: дойдя до него, пар начинает конденсироваться, и дальше его давление постоянно, а количество убывает вместе с объёмом. Воздух на пар не влияет: парциальное давление пара определяется только паром (закон Дальтона).

Обозначения. V — начальный объём, T — температура, $p_н$ — давление насыщенного пара при T, ν_1 и ν_2 — количество пара (в молях) до и после сжатия. Относительная влажность $\varphi = p/p_н$.

1. Конденсируется ли пар. Если бы пар весь остался паром, по закону Бойля–Мариотта ($pV = \text{const}$ при $T = \text{const}$, $\nu = \text{const}$) его давление стало бы $10 \cdot 0{,}7\,p_н = 7p_н > p_н$. Так не бывает, значит, пар насытился и часть его сконденсировалась. Насыщение наступает, когда объём уменьшится в $1/0{,}7 \approx 1{,}43$ раза, то есть при $V' = 0{,}7V$ (рис. 1).

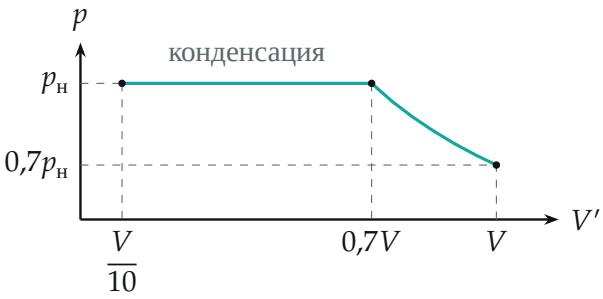


Рис. 1. Давление пара при сжатии (движение справа налево): гипербола до насыщения, затем горизонталь $p = p_н$. Построено по точкам $p = 0{,}7p_н V/V'$.

2. Уравнение Менделеева–Клапейрона для пара до и после. До сжатия давление пара $\varphi p_н = 0{,}7p_н$, после — $p_н$ (пар над жидкостью насыщен), объём пара $V/10$ (объём жидкости пренебрежимо мал):

$$0{,}7\,p_н V = \nu_1 RT, \qquad p_н \cdot \frac{V}{10} = \nu_2 RT.$$

Делим второе на первое (температура та же, $p_н$ то же):

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1/10}{0{,}7} = \frac{1}{7}.$$

3. Доля сконденсировавшегося пара.

$$x = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \approx 0{,}86.$$

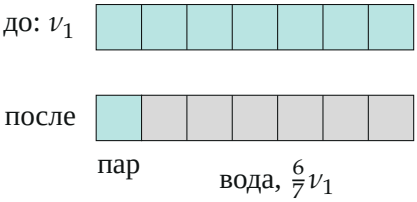


Рис. 2. Пар в семи равных порциях: после сжатия паром осталась одна порция, шесть сконденсировались.

4. Второй способ — через плотность пара. Плотность насыщенного пара при данной T постоянна: $\rho_н$. Масса пара до: $0{,}7\rho_н V$; после: $\rho_н \frac{V}{10} = 0{,}1\rho_н V$. Сконденсировалось $\frac{0{,}7-0{,}1}{0{,}7} = \frac{6}{7}$ — то же.

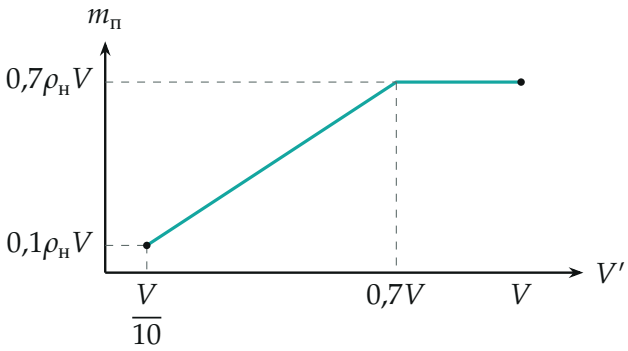


Рис. 3. Масса пара при сжатии: постоянна до насыщения, затем убывает пропорционально объёму.

Обратите внимание. Ответ $\frac{9}{10}$ («объём уменьшили в 10 раз — осталась десятая часть») неверен: сначала пар сжимается без конденсации до объёма $0{,}7V$, и конденсируется только то, что сверх насыщения.

Ответ.

$$\boxed{x = 1 - \frac{1}{10\varphi} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \approx 0{,}86}$$

Проверка. Предел: при $\varphi = 1$ (пар сразу насыщен) $x = 1 - \frac{1}{10} = 0{,}9$ — остаётся десятая часть, как и должно; при $\varphi = 0{,}1$ насыщение наступило бы ровно при $V/10$, и $x = 0$. Величина безразмерна. Второй способ (шаг 4) дал то же.

Смысл: при постоянной температуре насыщенный пар держит постоянную плотность, поэтому в меньшем объёме его помещается меньше — остальное становится водой.

Ответ. $\frac{6}{7}$ пара.