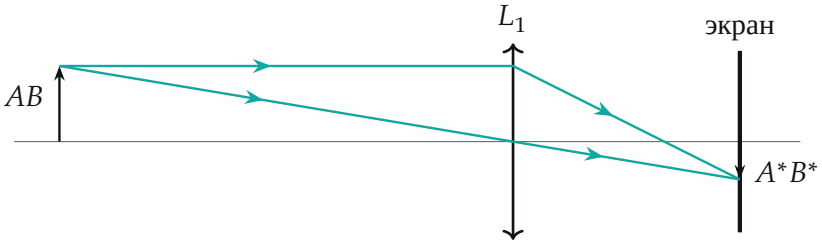
Две линзы: фокус второй линзы и отношение изображений

Задача 7. [Физтех 2008/09, 11 класс, задача 7] С помощью тонкой линзы на экране получили изображение предмета, расположенного перпендикулярно оптической оси линзы. Между линзой и экраном поставили вторую линзу на расстоянии 5 см от экрана, после чего экран пришлось отодвинуть от линз на 5 см, чтобы получить на нём новое изображение.

1. Найдите фокусное расстояние второй линзы.
2. Каково отношение размеров нового и старого изображений?



Поясняющий рисунок: первая линза даёт на экране действительное изображение. Расположение предмета и фокус L_1 взяты для примера — ответ от них не зависит.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Задача на систему из двух тонких линз. Лучи после первой линзы сходятся в точку старого изображения. Вторая линза стоит раньше этой точки, поэтому для неё старое изображение — *мнимый предмет*: на неё падает сходящийся пучок. Новое изображение получилось дальше старого — значит, вторая линза ослабила сходимость пучка, она рассеивающая. Ключевой закон — формула тонкой линзы с правилом знаков.

Обозначения. L_2 — вторая линза, F — её фокусное расстояние, a — расстояние от L_2 до (мнимого) предмета, b — до изображения. Правило знаков: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$, действительные предмет и изображение — со знаком плюс, мнимые — минус; $F > 0$ у собирающей линзы. Старое изображение A^*, новое A^{**} (рис. 1).

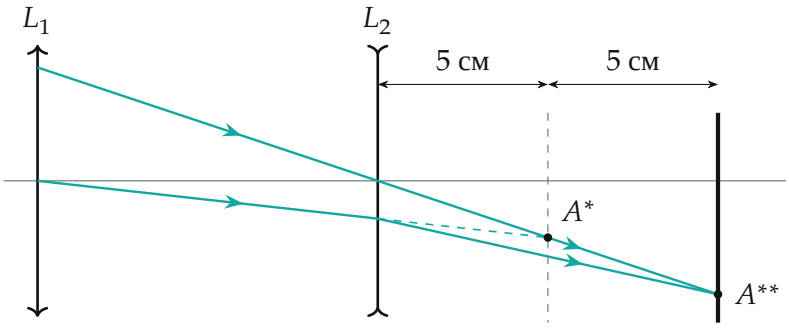


Рис. 1. Ход лучей с двумя линзами. Без L_2 лучи сошлись бы в A^* (пунктир) на месте старого экрана; L_2 отклоняет их, и они сходятся в A^{**} на 5 см дальше. Лучи рассчитаны для примера $F_1 = 10$ см.

Пункт 1.

1. Предмет и изображение для второй линзы. Пучок, падающий на L_2, сходится в A^* за линзой на расстоянии 5 см — это мнимый предмет: $a = -5$ см. Новое изображение действительное, на экране, отодвинутом на 5 см: $b = 5 + 5 = 10$ см.

2. Формула тонкой линзы.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}\ \text{см}^{-1}, \qquad F = -10\ \text{см}.$$

Знак минус: линза рассеивающая, её фокусное расстояние по модулю 10 см.

3. Второй способ — построением. Луч, идущий в A^* параллельно оси (рис. 2), после рассеивающей линзы идёт так, будто вышел из её переднего фокуса F'. Он попадает в A^{**}, который лежит на расстоянии $b = 10$ см от линзы и вдвое дальше от оси, чем A^*. Из подобия треугольников с вершиной F': $\frac{|F|+b}{|F|} = 2$, откуда $|F| = b = 10$ см — то же.

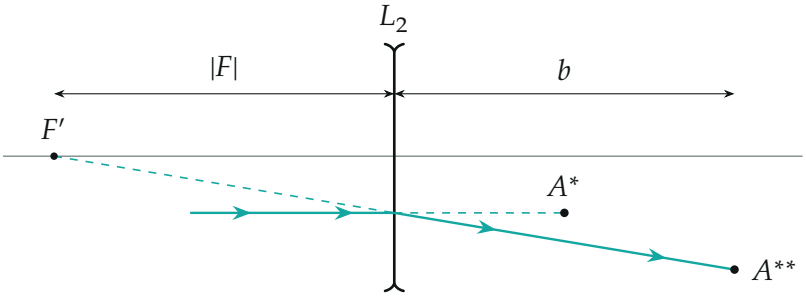


Рис. 2. Луч, параллельный оси, после рассеивающей линзы идёт по продолжению прямой из переднего фокуса F'.

Пункт 2.

4. Отношение размеров. Старое изображение — предмет для L_2, новое — его изображение в L_2. Отношение размеров — увеличение второй линзы:

$$\Gamma = \left|\frac{b}{a}\right| = \frac{10}{5} = 2.$$

Луч через центр L_2 не преломляется (рис. 1, верхний луч): точки A^* и A^{**} лежат на одной прямой с центром линзы, поэтому высоты относятся как расстояния, 5 : 10. Изображение не переворачивается (знаки a и b разные, $\frac{-b}{a} = +2$). Сравнение изображений — на рис. 3.

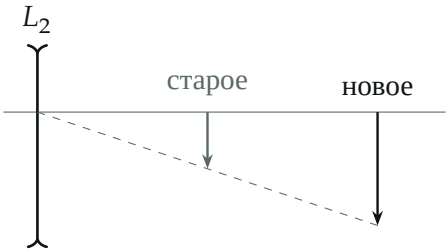


Рис. 3. Старое изображение (серое, мнимый предмет для L_2) и новое: вдвое дальше от линзы и вдвое больше.

Обратите внимание. Если по привычке взять $a = +5$ см, получится $\frac{1}{F} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$, $F = 3{,}3$ см — собирающая линза, которая приблизила бы изображение, а не отодвинула. Сходящийся пучок — мнимый предмет, расстояние до него отрицательно.

Ответ.

$$F = \left(\frac{1}{5+5} - \frac{1}{5}\right)^{-1} \text{ см} = -10 \text{ см (рассеивающая)}; \qquad \frac{h_{\text{нов}}}{h_{\text{ст}}} = \frac{10}{5} = 2$$

Проверка. Знак: рассеивающая линза уменьшает сходимость пучка, точка схождения уходит дальше — как в условии. Предел: при $F \to \infty$ (линзы нет) $b = -a = 5$ см — экран двигать не надо. Построение (рис. 2) дало то же $|F| = 10$ см.

Смысл: вторая линза — «удлинитель»: она отодвигает изображение и увеличивает его, как линза Барлоу в телескопе.

Ответ. 1) $F = -10$ см (рассеивающая); 2) новое изображение в 2 раза больше старого.