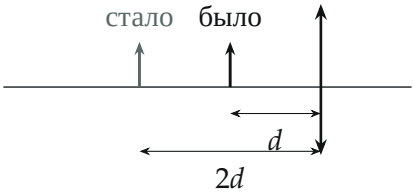
# Увеличение изображения в тонкой линзе при смещении предмета

**Задача 5.** [Физтех 2009/10, 11 класс, задача 5] Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Если расстояние от предмета до линзы увеличить вдвое, получается прямое изображение с увеличением, вдвое большим первоначального увеличения. С каким увеличением изображался предмет вначале?




*Поясняющий рисунок: предмет отодвигают от линзы с расстояния $d$ на $2d$.*

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на формулу тонкой линзы. Увеличение зависит от расстояния до предмета: $\Gamma = \dfrac{F}{F-d}$ (со знаком: плюс — прямое изображение). Сначала надо понять, какая линза и где стоит предмет: прямое изображение, которое при удалении предмета *растёт*, даёт только собирающая линза с предметом между линзой и фокусом (лупа). Тогда одно уравнение на $d/F$ решает задачу.

**Обозначения.** $F$ — фокусное расстояние (для собирающей $F > 0$, для рассеивающей $F < 0$), $d$ — начальное расстояние от предмета до линзы, $f$ — расстояние до изображения (отрицательное для мнимого), $\Gamma = -f/d$ — увеличение со знаком ($\Gamma > 0$ — прямое изображение), $h$ — высота предмета.

**1. Увеличение через $d$.** Формула тонкой линзы $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$ даёт $f = \dfrac{dF}{d-F}$, и

$$\Gamma = -\frac{f}{d} = \frac{F}{F-d}.$$

**2. Какой случай возможен.** График $\Gamma(d)$ — на рис. 1.

- Рассеивающая линза ($F < 0$): $\Gamma = \dfrac{|F|}{|F| + d}$ — прямое изображение, но при удалении предмета увеличение *уменьшается*. Вдвое вырасти не может.
- Собирающая, $d > F$: при $2d > F$ изображение перевёрнутое ($\Gamma < 0$), а по условию оно прямое. Не подходит.
- Собирающая, $2d < F$: предмет оба раза между линзой и фокусом, изображения мнимые прямые, и $\Gamma = \dfrac{F}{F - d}$ растёт с $d$. Это наш случай.

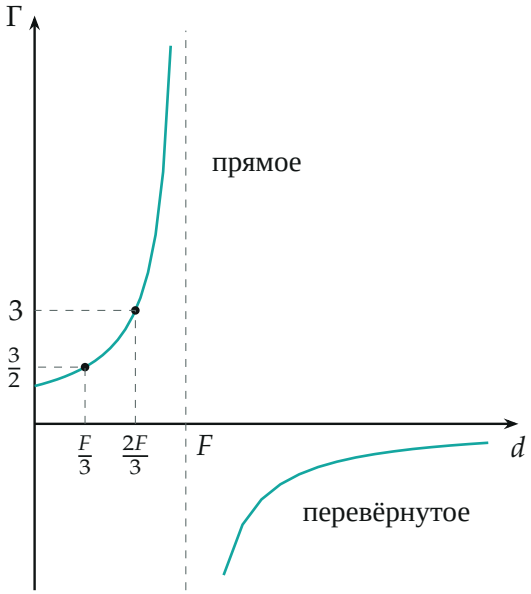



*Рис. 1. Увеличение собирающей линзы $\Gamma = F/(F-d)$ (по точкам): при $d < F$ изображение прямое и растёт с $d$, при $d > F$ — перевёрнутое. Отмечены $d = F/3$ и $2d = 2F/3$: $\Gamma$ удваивается.*

**3. Уравнение.** Условие «увеличение вдвое больше» при $2d < F$:

$$\frac{F}{F-2d} = 2 \cdot \frac{F}{F-d} \quad \Rightarrow \quad F - d = 2F - 4d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{F}{3}.$$

Проверяем: $2d = \frac{2}{3}F < F$ — предмет и после сдвига внутри фокуса, случай выбран верно. Начальное увеличение:

$$\Gamma_1 = \frac{F}{F - F/3} = \frac{3}{2}, \qquad \Gamma_2 = \frac{F}{F - 2F/3} = 3 = 2\Gamma_1.$$

**4. Построение.** Рис. 2 и 3 — ход лучей в масштабе: луч, параллельный оси, после линзы идёт через задний фокус; луч через центр не преломляется. Продолжения лучей назад (пунктир) пересекаются в мнимом изображении: при $d = F/3$ оно в 1,5 раза выше предмета, при $2d$ — в 3 раза.

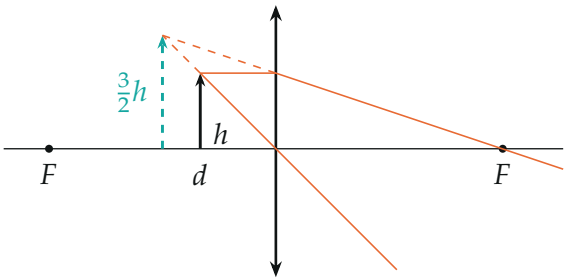



*Рис. 2. $d = F/3$: мнимое прямое изображение на расстоянии $F/2$ перед линзой, $\Gamma_1 = 3/2$.*

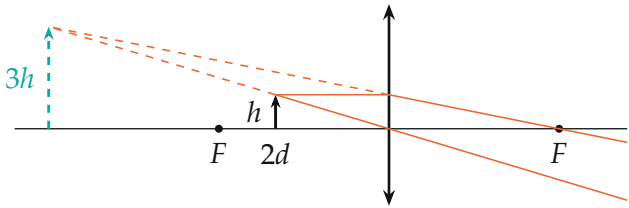



*Рис. 3. $2d = 2F/3$: мнимое прямое изображение на расстоянии $2F$ перед линзой, $\Gamma_2 = 3$.*

**Обратите внимание.** Начальное изображение тоже прямое и мнимое: если бы вначале предмет стоял за фокусом, после удаления изображение осталось бы перевёрнутым.

**Ответ.**

$$\boxed{\Gamma_1 = \frac{F}{F - F/3} = \frac{3}{2}}$$

**Проверка.** По построению (рис. 2, 3): $f_1 = \dfrac{dF}{d-F} = -\dfrac{F}{2}$, $\Gamma_1 = \dfrac{F/2}{F/3} = \dfrac{3}{2}$; $f_2 = -2F$, $\Gamma_2 = \dfrac{2F}{2F/3} = 3$ — вдвое больше. Ответ не зависит от $F$, как и должно быть: в условии нет ни одной длины.

Смысл: прямое изображение, растущее при удалении предмета, бывает только у лупы, а удвоение увеличения однозначно задаёт положение предмета, $d = F/3$.

**Ответ.** $\Gamma = \dfrac{3}{2}$.