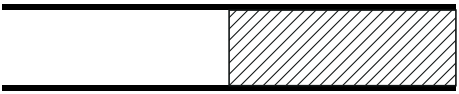
# Диэлектрик в отключённом конденсаторе

**Задача 3.** [Физтех 2010/11, 11 класс, задача 3] Плоский конденсатор заряжен и отключён от источника постоянного напряжения. В конденсатор вставляют пластину из диэлектрика (см. рис.) так, что диэлектрик заполняет половину объёма конденсатора, из-за чего разность потенциалов между пластинами уменьшается в два раза.



1. Во сколько раз и как изменилась напряжённость электрического поля внутри конденсатора в области без диэлектрика?
2. Найдите диэлектрическую проницаемость $\varepsilon$ материала диэлектрической пластины.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на конденсатор с частичным заполнением диэлектриком. Источник отключён, поэтому *заряд* пластин сохраняется. Диэлектрик стоит «рядом» с воздушным промежутком, а не «слоем» поверх него: обе половины зажаты между одними и теми же пластинами, то есть это два конденсатора, соединённых параллельно, с общим напряжением. Пластины — проводники, их потенциал всюду один, поэтому поле в обеих половинах одинаково и равно $U/d$. Отсюда сразу пункт 1, а сохранение заряда даёт $\varepsilon$.

**Обозначения.** $S$ — площадь пластины, $d$ — расстояние между пластинами, $q$ — заряд пластины (не меняется), $U_0$ и $E_0$ — напряжение и поле до вставки, $U = U_0/2$ и $E$ — после; $C_0 = \varepsilon_0 S/d$ — начальная ёмкость.

**1. Поле в области без диэлектрика.** Связь поля и напряжения в однородном поле между пластинами: вдоль любой линии, перпендикулярной пластинам, $U = Ed$ (рис. 1). Пластина — проводник, разность потенциалов между пластинами одна и та же над воздухом и над диэлектриком, поэтому

$$E_{\text{возд}} = E_{\text{диэл}} = \frac{U}{d}, \qquad E_0 = \frac{U_0}{d}.$$

Так как $U = U_0/2$,

$$\frac{E_{\text{возд}}}{E_0} = \frac{U}{U_0} = \frac{1}{2}.$$

Поле в области без диэлектрика уменьшилось в 2 раза.

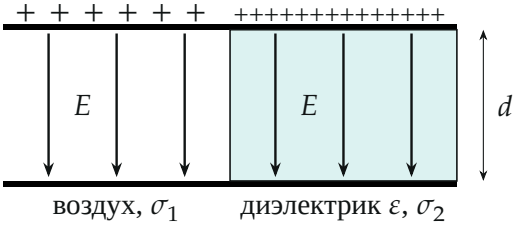



*Рис. 1. После вставки: поле в обеих половинах одно и то же, $E = U/d$, а заряд на пластине перетекает к диэлектрику — там плотность $\sigma_2 = \varepsilon\sigma_1$ (знаки «+» гуще).*

**2. Как распределился заряд.** Поле у поверхности проводника связано с поверхностной плотностью свободного заряда: в воздухе $E = \sigma_1/\varepsilon_0$, в диэлектрике $E = \sigma_2/(\varepsilon\varepsilon_0)$. Поле одно и то же, значит $\sigma_2 = \varepsilon\sigma_1$: на «диэлектрической» половине пластины заряда в $\varepsilon$ раз больше (рис. 1). Заряд перетёк по пластине — полный заряд $q$ не изменился.

**3. Эквивалентная схема и сохранение заряда.** Две половины — конденсаторы площадью $S/2$ с общими обкладками, то есть соединённые параллельно (рис. 2):

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} = \frac{C_0}{2}, \qquad C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d} = \frac{\varepsilon C_0}{2}, \qquad C = C_1 + C_2 = \frac{1+\varepsilon}{2} C_0.$$

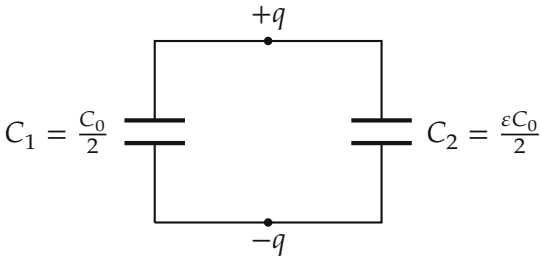


*Рис. 2. Эквивалентная схема: воздушная и заполненная половины — два конденсатора, соединённых параллельно; общий заряд $q$, общее напряжение $U$.*

Закон сохранения заряда отключённого конденсатора:

$$q = C_0 U_0 = C\,U = \frac{1+\varepsilon}{2} C_0 \cdot \frac{U_0}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1+\varepsilon}{4} = 1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 3.$$

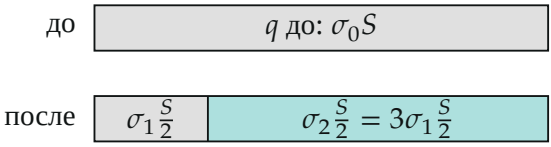



*Рис. 3. Заряд пластины до и после (длины полос пропорциональны зарядам): при $\varepsilon = 3$ на воздушную половину приходится четверть заряда, на диэлектрическую — три четверти.*

**4. Проверка через плотности.** До вставки $\sigma_0 = \varepsilon_0 E_0$, после $\sigma_1 = \varepsilon_0 E = \frac{1}{2}\sigma_0$. Сохранение заряда: $\sigma_0 S = \sigma_1 \frac{S}{2} + \varepsilon \sigma_1 \frac{S}{2} = \frac{1+\varepsilon}{4}\sigma_0 S$, откуда снова $\varepsilon = 3$ (рис. 3).

**Обратите внимание.** Внутри диэлектрика поле *не* в $\varepsilon$ раз меньше, чем в воздухе: при заполнении «рядом» оно одинаково в обеих половинах, потому что напряжение общее. В $\varepsilon$ раз различаются плотности заряда на пластинах.

**Ответ.**

$$E_{\text{возд}} = \frac{E_0}{2} \text{ (уменьшилась в 2 раза)}, \qquad \varepsilon = 3$$

**Проверка.** Общий вид: если напряжение падает в $k$ раз при заполнении половины, то $\frac{1+\varepsilon}{2} = k$, $\varepsilon = 2k - 1$. При $k = 1$ (напряжение не изменилось) $\varepsilon = 1$ — пластина не отличается от воздуха, верно. При $\varepsilon \to \infty$ ёмкость неограниченно растёт и $U \to 0$ — тоже разумно. Размерность: $\varepsilon$ безразмерна, отношение полей — тоже.

Смысл: вставка диэлектрика увеличивает ёмкость, заряд тот же, поэтому падают и напряжение, и поле в воздухе; по тому, насколько упало напряжение, и находим $\varepsilon$.

**Ответ.** 1) напряжённость уменьшилась в 2 раза; 2) $\varepsilon = 3$.