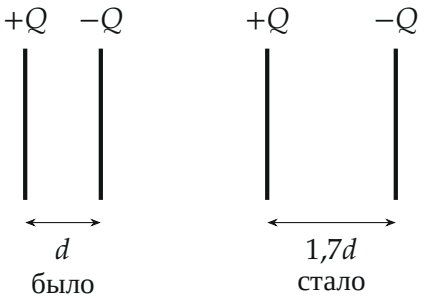
# Раздвигание обкладок отключённого конденсатора

**Задача 3.** [Физтех 2013/14, 11 класс, задача 3] Плоский воздушный конденсатор ёмкостью $C_0$ заряжен до напряжения $U_0$ и отсоединён от источника. Расстояние между обкладками увеличили на 70 %.

1. Каким стало напряжение на конденсаторе?
2. Какую минимальную работу пришлось совершить при этом?




*Поясняющий рисунок. Отключённый конденсатор: заряд обкладок $\pm Q$ сохраняется, расстояние растёт с $d$ до $1{,}7d$.*

▲ **Решение. Что происходит.** Конденсатор отключён от источника, заряду уйти некуда: $Q = C_0U_0$ не меняется. Поле между обкладками определяется только плотностью заряда на них, поэтому напряжённость $E$ тоже не меняется, а напряжение $U = Ed$ растёт вместе с расстоянием. Обкладки притягиваются, раздвигать их приходится внешней силой; минимальная работа — при медленном раздвигании (без кинетической энергии), и она вся идёт в рост энергии конденсатора. Задача на ёмкость плоского конденсатора, сохранение заряда и закон сохранения энергии.

**Обозначения.** $Q = C_0U_0$ — заряд, $d$ — начальное расстояние, $S$ — площадь обкладок, $E$ — напряжённость поля, $C$, $U$ — ёмкость и напряжение после раздвигания, $A$ — искомая работа.

**Пункт 1. Напряжение.**

**1. Ёмкость.** Ёмкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ обратно пропорциональна расстоянию: $C = \dfrac{C_0}{1{,}7}$.

**2. Сохранение заряда.** $Q = C_0 U_0 = CU$, откуда

$$U = \frac{C_0}{C} U_0 = 1{,}7\, U_0.$$

То же по полю: $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ не изменилась (рис. 1), $U = E \cdot 1{,}7d = 1{,}7\, U_0$.




*Рис. 1. Густота линий поля (напряжённость E) задаётся зарядом обкладок и не меняется; растёт только длина линий, а с ней напряжение.*

**Пункт 2. Минимальная работа.**

**3. Закон сохранения энергии.** Раздвигаем медленно: кинетической энергии у обкладок нет, тепла нет, источник отключён. Вся работа внешней силы идёт в энергию конденсатора. Энергию удобно писать через сохраняющийся заряд, $W = \dfrac{Q^2}{2C}$:

$$A = \frac{Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{Q^2}{2C_0}(1{,}7 - 1) = 0{,}7 \cdot \frac{C_0 U_0^2}{2} = \frac{7}{20} C_0 U_0^2.$$

**4. Второй способ — через силу притяжения.** Обкладка $-Q$ находится в поле другой обкладки, $E_1 = \dfrac{E}{2}$ (рис. 2). Сила притяжения $F = Q\dfrac{E}{2}$ от расстояния не зависит. Медленно раздвигая, прикладываем силу $F$ на пути $0{,}7d$:

$$A = F \cdot 0{,}7d = \frac{QE}{2} \cdot 0{,}7d = 0{,}7 \cdot \frac{QU_0}{2} = \frac{7}{20} C_0 U_0^2.$$

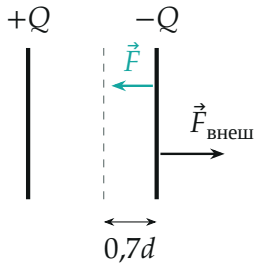



*Рис. 2. На подвижную обкладку действует сила притяжения $\vec{F}$; внешняя сила, равная ей по модулю, медленно отводит обкладку на $0{,}7d$ (пунктир — начальное положение).*

**Обратите внимание.** Сила притяжения обкладки — в поле только другой обкладки, $E/2$, а не в полном поле $E$: со множителем $E$ работа вышла бы вдвое больше.

**Ответ.**

$$U = 1{,}7\,U_0, \qquad A = \frac{0{,}7}{2}\,C_0U_0^2 = \frac{7}{20}\,C_0U_0^2$$

**Проверка.** Размерность: $C_0U_0^2$ — Ф·В$^2$ = Кл·В = Дж. Знак: $A > 0$ — раздвигать притягивающиеся обкладки приходится с затратой работы. Предел: без раздвигания ($1{,}7 \to 1$) работа 0. Энергия и напряжение линейны по расстоянию (рис. 3), потому что сила постоянна.

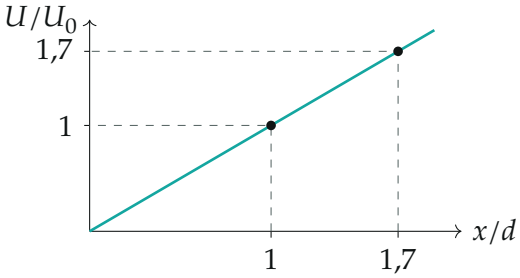



*Рис. 3. Напряжение отключённого конденсатора пропорционально расстоянию $x$ между обкладками: $U = U_0\,x/d$.*

Смысл: отключённый конденсатор при раздвигании обкладок «накачивается» работой внешней силы — энергия растёт во столько же раз, во сколько выросло расстояние.

**Ответ.** 1) $U = 1{,}7\,U_0$; 2) $A = \dfrac{7}{20}\,C_0 U_0^2$.