Водород и азот по разные стороны поршня

Задача 3. [Физтех 2014/15, 10 класс, задача 3] Поршень, который может двигаться в горизонтальном цилиндре без трения, делит его объём на две части. В одной части находится $m_1 = 1$ г водорода, а в другой — $m_2 = 7$ г азота. Температуры газов одинаковые. Какую часть объёма цилиндра занимает водород? Молярные массы водорода и азота $\mu_1 = 2$ г/моль, $\mu_2 = 28$ г/моль.



Поясняющий рисунок. Горизонтальный цилиндр, поршень делит его на две части: слева водород, справа азот, температура T одна.

▲ **Решение. Что происходит.** Поршень свободный и без трения, поэтому в равновесии он останавливается там, где давления слева и справа равны. Температуры тоже равны. Значит, по уравнению состояния объём каждого газа пропорционален числу его молей — больше молей, больше места. Задача на уравнение Менделеева–Клапейрона и условие равновесия поршня.

Обозначения. $\nu_1 = m_1/\mu_1$, $\nu_2 = m_2/\mu_2$ — количества вещества водорода и азота; V_1, V_2 — их объёмы; p — общее давление; T — общая температура; $x = V_1/(V_1 + V_2)$ — искомая доля.

1. Равновесие поршня. На поршень площадью S слева давит водород силой $p_1 S$, справа азот силой $p_2 S$ (рис. 1); других горизонтальных сил нет. Второй закон Ньютона для покоящегося поршня в проекции на ось x: $p_1 S - p_2 S = 0$, то есть

$$p_1 = p_2 = p.$$

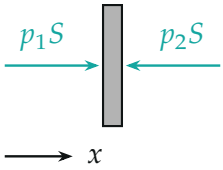

Рис. 1. Горизонтальные силы на поршень: давление водорода слева, азота справа.

2. Уравнения состояния. Уравнение Менделеева–Клапейрона для каждого газа:

$$pV_1 = \nu_1 RT, \qquad pV_2 = \nu_2 RT.$$

Делим одно на другое; p, R, T сокращаются:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{m_1\mu_2}{m_2\mu_1}.$$

3. Числа. $\nu_1 = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$ моль, $\nu_2 = \dfrac{7}{28} = 0{,}25$ моль, $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. Водорода по массе в 7 раз меньше, а молей — вдвое больше: молекула водорода в 14 раз легче. Цилиндр делится на три равные доли, две из них — водород (рис. 2):

$$x = \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{\nu_1}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0{,}5}{0{,}75} = \frac{2}{3}.$$

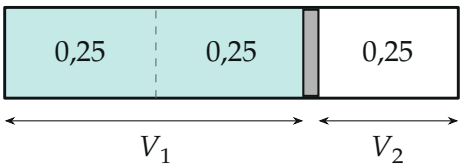

Рис. 2. Каждая треть цилиндра содержит 0,25 моль газа (одинаковые p и T): водорода 0,5 моль — две трети, азота 0,25 моль — треть.

Обратите внимание. Объёмы делятся по числу молей, а не по массам: по массам водорода было бы $\frac{1}{8}$ объёма. При одинаковых p и T равные объёмы содержат равное число молекул (закон Авогадро).

Ответ.

$$\boxed{x = \frac{m_1/\mu_1}{m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2} = \frac{2}{3}}$$

Проверка. Доля безразмерна: отношение молей. Предел: азота нет ($m_2 \to 0$) — водород занимает весь цилиндр, $x \to 1$; равные числа молей — $x = \frac{1}{2}$. Зависимость x от отношения $r = \nu_1/\nu_2$, $x = \frac{r}{1+r}$, показана на рис. 3; наш случай — $r = 2$.

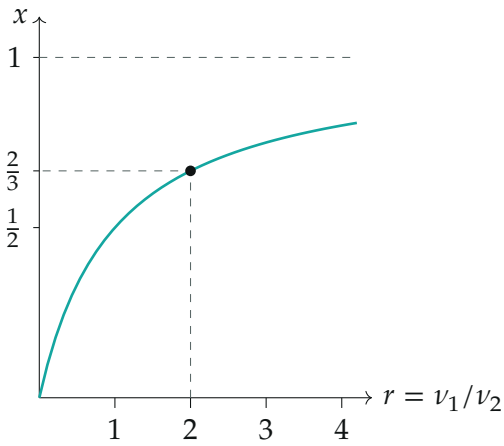

Рис. 3. Доля объёма водорода от отношения чисел молей; кривая стремится к 1. Точка — наш случай $r = 2$, $x = \frac{2}{3}$.

Смысл: поршень сам находит положение, при котором газы с одинаковой температурой имеют одинаковое давление, и делит цилиндр по числу молекул.

Ответ. Водород занимает $x = \dfrac{m_1/\mu_1}{m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2} = \dfrac{2}{3}$ объёма цилиндра.