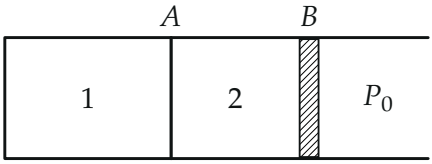
Теплообмен гелия через перегородку, поршень

Задача 4. [Физтех 2014/15, 10 класс, задача 4] Неподвижная теплопроводящая перегородка A делит объём теплоизолированного цилиндра на два отсека, в которых находится по ν моль гелия. Во втором отсеке газ удерживается подвижным, теплоизолированным поршнем B. Наружное атмосферное давление равно P_0. В начальном состоянии температура гелия в первом отсеке равна T_1, что больше температуры во втором отсеке. В результате медленного процесса теплообмена через перегородку температура в отсеках начинает выравниваться, а поршень перемещается. По окончании процесса теплообмена в отсеках устанавливается температура T_0. Трением поршня о цилиндр, теплоёмкостью стенок цилиндра и поршня пренебречь.

1. Найдите начальную температуру во втором отсеке.
2. Найдите изменение объёма гелия во втором отсеке.



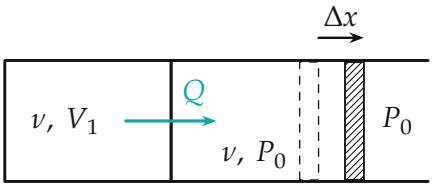
Поясняющий рисунок по тексту условия (рисунок организаторов в источнике обрезан, виден лишь кусок цилиндра): отсек 1 закрыт, отсек 2 закрыт поршнем B, за поршнем — атмосфера.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на первое начало термодинамики для двух порций газа, обменивающихся теплотой. Вся система теплоизолирована снаружи, поэтому теплота, ушедшая из отсека 1, целиком пришла в отсек 2. Но процессы у порций разные: газ 1 заперт неподвижными стенками — изохорный процесс, газ 2 держит свободный поршень при внешнем давлении P_0 — медленный изобарный процесс. Отсюда разные теплоёмкости и разные изменения температур.

Обозначения. $C_V = \frac{3}{2}R, C_P = C_V + R = \frac{5}{2}R$ — молярные теплоёмкости гелия при постоянном объёме и давлении; Q — теплота, прошедшая

через перегородку; V, T_2 — начальные объём и температура газа 2 (T_2 ищем); $\Delta T_1 = T_1 - T_0$ — на сколько остыл газ 1, $\Delta T_2 = T_0 - T_2$ — на сколько нагрелся газ 2, ΔV — изменение объёма газа 2.

1. Давление во втором отсеке. Поршень лёгкий (его масса и трение не учитываются) и движется медленно, поэтому силы давления на него уравновешены: давление газа 2 всё время равно P_0. Процесс газа 2 — изобарный.



Теплота Q идёт через перегородку A из горячего отсека 1 в отсек 2; газ 2 расширяется при давлении P_0, поршень сдвигается (пунктир — начальное положение).

2. Газ в отсеке 1. Объём не меняется, работы нет. Первое начало термодинамики для газа 1: отданная теплота равна убыли внутренней энергии,

$$Q = \nu C_V \Delta T_1 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_1.$$

3. Газ в отсеке 2. Первое начало для газа 2 при постоянном давлении: полученная теплота идёт на нагрев и на работу $P_0 \Delta V = \nu R \Delta T_2$ против атмосферы,

$$Q = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2 + \nu R \Delta T_2 = \nu C_P \Delta T_2 = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_2.$$

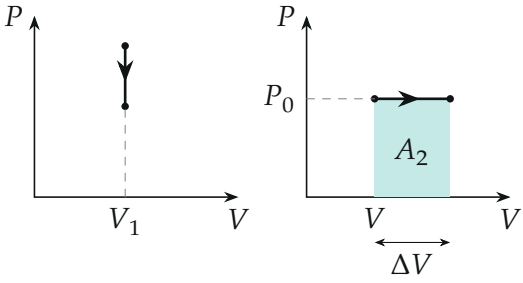
Пункт 1.

4. Начальная температура газа 2. Теплообмен с окружением отсутствует, стенки и поршень теплоту не забирают — уравнение теплового баланса $\nu C_V \Delta T_1 = \nu C_P \Delta T_2$:

$$\Delta T_2 = \frac{C_V}{C_P}\Delta T_1 = \frac{3}{5}\Delta T_1.$$

Газ 2 нагревается на меньшую величину, чем остывает газ 1: часть полученной теплоты он отдаёт атмосфере в виде работы. В конце температуры обоих газов равны T_0, поэтому $T_2 = T_0 - \Delta T_2$:

$$T_2 = T_0 - \frac{3}{5}(T_1 - T_0) = \frac{8}{5}T_0 - \frac{3}{5}T_1.$$



газ 1: изохора газ 2: изобара

Процессы на диаграммах P–V: газ 1 остывает при постоянном объёме (работа ноль), газ 2 нагревается при постоянном давлении P_0 и совершает работу $A_2 = P_0\Delta V$ (площадь).

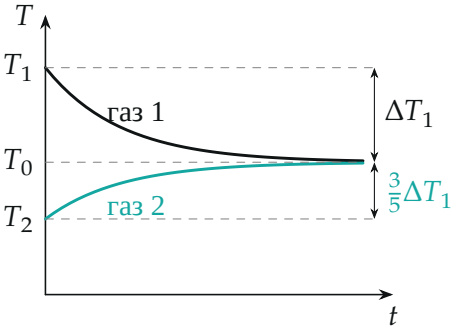
Пункт 2.

5. Изменение объёма. Уравнение состояния газа 2 до и после: $P_0V = \nu RT_2$, $P_0(V + \Delta V) = \nu R(T_2 + \Delta T_2)$. Вычитая,

$$P_0\Delta V = \nu R\Delta T_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{\nu R\Delta T_2}{P_0} = \frac{3}{5}\frac{\nu R(T_1 - T_0)}{P_0}.$$

Начальный объём V для ответа не нужен.

6. Как делится начальная разность температур. Начальная разность $T_1 - T_2 = \Delta T_1 + \Delta T_2 = \frac{8}{5}(T_1 - T_0)$; из неё газ 1 «прошёл» $\frac{5}{8}$, газ 2 — $\frac{3}{8}$ (рисунок ниже). Общая температура $T_0 = \frac{5}{8}T_2 + \frac{3}{8}T_1$ ближе к начальной температуре газа 2: при одинаковом количестве гелия его теплоёмкость C_P больше, чем C_V у газа 1.



Температуры газов со временем (качественно): газ 1 остывает на ΔT_1, газ 2 нагревается на $\frac{3}{5}\Delta T_1$, обе кривые сходятся к общей температуре T_0.

Обратите внимание: для газа 2 нельзя брать C_V — его объём меняется, и часть теплоты уходит в работу против атмосферы. Ошибка «$T_2 = 2T_0 - T_1$» (то есть $\Delta T_2 = \Delta T_1$) как раз из этого.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\nu R \Delta T}{P_0}$ — джоули на паскаль, кубометры. Пример: $T_1 = 400$ K, $T_0 = 300$ K дают $T_2 = 480 - 240 = 240$ K; газ 1 остыл на 100 K, газ 2 нагрелся на 60 K. Предел: $T_1 = T_0$ — теплообмена нет, и формула даёт $T_2 = T_0$, $\Delta V = 0$. Энергия: газ 1 отдал $\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1$, газ 2 получил $\frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{3}{5}\Delta T_1 = \frac{9}{10}\nu R \Delta T_1$ на нагрев и $P_0 \Delta V = \frac{3}{5}\nu R \Delta T_1$ на работу, сумма $\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1$ — сходится. Смысл: атмосфера забрала у системы энергию $\frac{3}{5}\nu R \Delta T_1$, поэтому «средняя» температура газов понизилась.

Ответ. 1) $T_2 = \dfrac{8}{5}T_0 - \dfrac{3}{5}T_1$; 2) $\Delta V = \dfrac{3}{5}\dfrac{\nu R\,(T_1 - T_0)}{P_0}$ (объём увеличивается).