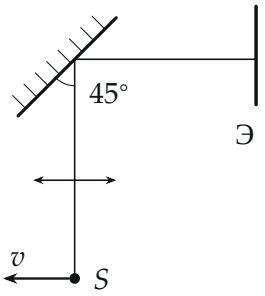
Линза и зеркало с экраном: скорость изображения

Задача 5. [Физтех 2014/15, 11 класс, задача 5] Оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см, небольшого плоского зеркала и экрана Э (см. рис.). Плоскость зеркала составляет угол 45° с главной оптической осью линзы. Расстояние между линзой и зеркалом 40 см. Груз S находится на расстоянии $d = 25$ см от линзы, колеблется вблизи оптической оси, двигаясь перпендикулярно ей и имея максимальную скорость $v = 2$ см/с. На экране наблюдается резкое изображение груза.



1. На каком расстоянии от линзы и где надо было бы поместить экран для наблюдения изображения при отсутствии зеркала?
2. Найдите расстояние между зеркалом и экраном.
3. Найдите максимальную скорость изображения на экране.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на построение изображения в системе «линза + плоское зеркало». Линза даёт действительное изображение груза; зеркало стоит между линзой и этим изображением и поворачивает сходящийся пучок на 90°. Для зеркала изображение линзы — мнимый предмет (лучи к нему только сходятся), а плоское зеркало строит изображение симметрично себе. Поэтому экран стоит там же, где стоял бы без зеркала, только «перегнутый» зеркалом. Скорость изображения находим через поперечное увеличение линзы; плоское зеркало размеров не меняет.

Обозначения. $F = 20$ см, $d = 25$ см, $b = 40$ см — расстояние линза — зеркало, f — расстояние от линзы до изображения S_1 в линзе, x — расстояние зеркало — экран, Г — поперечное увеличение линзы, S_2 — изображение на экране.

Пункт 1. Изображение в линзе. Формула тонкой собирающей линзы для действительного предмета:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{dF}{d - F} = \frac{25 \cdot 20}{5} = 100 \text{ см}.$$

$f > 0$: изображение S_1 действительное, по другую сторону линзы от груза, на оптической оси (груз у оси). Без зеркала экран надо поставить перпендикулярно оси на расстоянии 100 см за линзой (рис. 1). Построение: луч через центр линзы не преломляется; луч через передний фокус после линзы идёт параллельно оси; луч, параллельный оси, проходит через задний фокус.

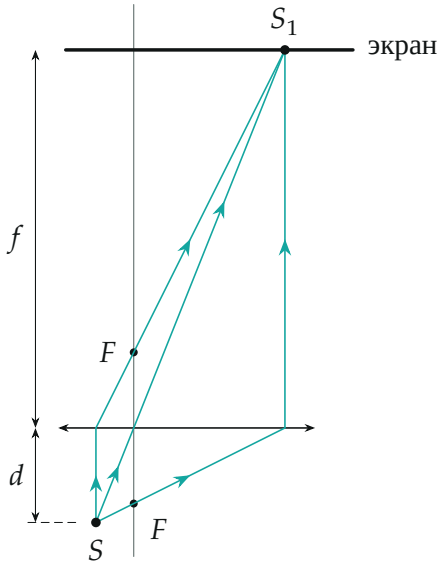


Рис. 1. Без зеркала: три луча из точки груза S (груз смещён от оси) сходятся в S_1 на расстоянии $f = 100$ см за линзой. Смещение груза от оси для наглядности увеличено.

Пункт 2. Расстояние зеркало — экран. Зеркало стоит на расстоянии $b = 40$ см $< f$, то есть перехватывает лучи раньше, чем они сошлись в S_1. Для зеркала S_1 — мнимый предмет. Закон отражения: отражённые лучи идут так, будто вышли из точки, симметричной предмету относительно плоскости зеркала. Поэтому лучи после зеркала сходятся в точке S_2, симметричной S_1 (рис. 2). S_1 лежит на оси на расстоянии $f - b = 60$ см за зеркалом; зеркало под 45° к оси — симметричная точка лежит на перпендикулярной прямой (на линии к экрану) на том же расстоянии от зеркала:

$$x = f - b = 100 - 40 = 60 \text{ см}.$$

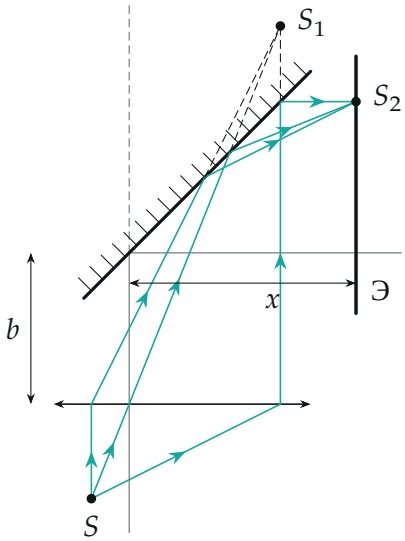


Рис. 2. С зеркалом: те же лучи после отражения сходятся в S_2 на экране. Пунктир — куда сошлись бы лучи без зеркала (S_1). Смещение от оси увеличено.

Пункт 3. Скорость изображения.

3.1. Увеличение линзы. Поперечное увеличение $\Gamma = \dfrac{f}{d} = \dfrac{100}{25} = 4$. Груз смещён от оси на s — изображение S_1 смещено на $4s$ в противоположную сторону (изображение действительное, перевёрнутое). Зна-

чит, S_1 движется в 4 раза быстрее груза и в противоположную сторону: $u_1 = \Gamma v$.

3.2. Зеркало. Плоское зеркало даёт изображение того же размера: смещение S_2 от линии «зеркало — экран» равно смещению S_1 от оси. Если груз сдвинулся влево, S_1 сдвигается вправо, а S_2 — вверх по экрану (рис. 3: отражение в плоскости под 45° поворачивает направление «вправо» в направление «вверх»). Скорость по модулю та же:

$$u = \Gamma v = \frac{f}{d} v = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см/с}.$$

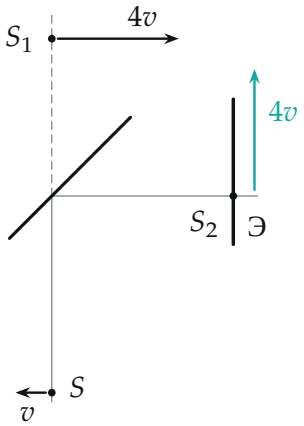


Рис. 3. Скорости: груз S, его изображение в линзе S_1 (без зеркала) и изображение на экране S_2.

Обратите внимание. Зеркало стоит ближе к линзе, чем изображение S_1, поэтому отражает сходящийся пучок; «предмет» для зеркала мнимый, но правило симметрии для плоского зеркала работает и для него.

Ответ.

$$f = \frac{dF}{d - F} = 100 \text{ см}, \qquad x = f - b = 60 \text{ см}, \qquad u = \frac{f}{d} v = 8 \text{ см/с}$$

Проверка. Числа на рис. 2 посчитаны: все три луча после зеркала сходятся в одной точке S_2 на расстоянии 60 см от зеркала. Предел: при

$d \to F$ изображение уходит на бесконечность, $f \to \infty$, и экран со скоростью изображения тоже уходят в бесконечность — резкое изображение не получить. Длина пути света от линзы до S_2: $b + x = 100$ см $= f$, как и должно быть для плоского зеркала.

Смысл: плоское зеркало только «перегибает» оптическую ось; расстояния вдоль ломаной оси и увеличение остаются как у одной линзы.

Ответ. 1) на расстоянии $f = 100$ см за линзой, перпендикулярно оптической оси; 2) $x = 60$ см; 3) $u = 8$ см/с.