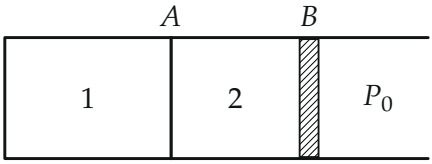
Гелий в цилиндре с перегородкой и поршнем

Задача 2. [Физтех 2014/15, 11 класс, задача 2] Неподвижная теплопроводящая перегородка A делит объём теплоизолированного цилиндра на два отсека, в которых находится по ν моль гелия. Во втором отсеке газ удерживается подвижным, теплоизолированным поршнем B. Наружное атмосферное давление равно P_0. В начальном состоянии температура гелия в первом отсеке больше, чем во втором. В результате медленного процесса теплообмена через перегородку температура в отсеках начинает выравниваться, а поршень перемещается. По окончании процесса теплообмена температура в первом отсеке уменьшается на ΔT_1 ($\Delta T_1 > 0$). Трением поршня о цилиндр, теплоёмкостью стенок цилиндра и поршня пренебречь.

1. Найдите изменение температуры во втором отсеке.
2. Найдите изменение объёма гелия во втором отсеке.



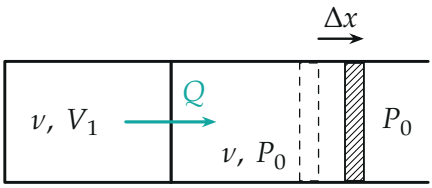
Поясняющий рисунок по тексту условия (рисунок организаторов в источнике обрезан): отсек 1 закрыт, отсек 2 закрыт поршнем B, за поршнем — атмосфера.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на первое начало термодинамики для двух порций газа, обменивающихся теплотой. Вся система теплоизолирована снаружи, поэтому теплота, ушедшая из отсека 1, целиком пришла в отсек 2. Но процессы у порций разные: газ 1 заперт неподвижными стенками — изохорный процесс, газ 2 держит свободный поршень при внешнем давлении P_0 — медленный изобарный процесс. Отсюда разные теплоёмкости и разные изменения температур.

Обозначения. $C_V = \frac{3}{2}R, C_P = C_V + R = \frac{5}{2}R$ — молярные теплоёмкости гелия при постоянном объёме и давлении; Q — теплота, прошедшая

через перегородку; V, T_2 — начальные объём и температура газа 2; ΔT_2, ΔV — их изменения.

1. Давление во втором отсеке. Поршень лёгкий (его масса и трение не учитываются) и движется медленно, поэтому силы давления на него уравновешены: давление газа 2 всё время равно P_0. Процесс газа 2 — изобарный.



Теплота Q идёт через перегородку A из горячего отсека 1 в отсек 2; газ 2 расширяется при давлении P_0, поршень сдвигается (пунктир — начальное положение).

2. Газ в отсеке 1. Объём не меняется, работы нет. Первое начало термодинамики для газа 1: отданная теплота равна убыли внутренней энергии,

$$Q = \nu C_V \Delta T_1 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_1.$$

3. Газ в отсеке 2. Первое начало для газа 2 при постоянном давлении: полученная теплота идёт на нагрев и на работу $P_0\Delta V = \nu R \Delta T_2$ против атмосферы,

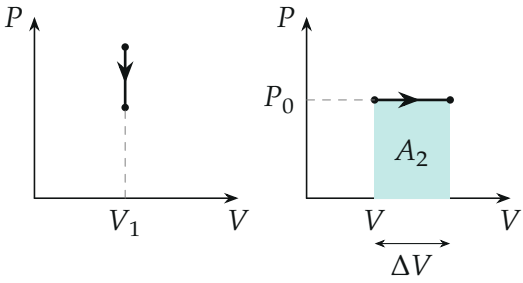
$$Q = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2 + \nu R \Delta T_2 = \nu C_P \Delta T_2 = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_2.$$

Пункт 1.

4. Изменение температуры газа 2. Теплообмен с окружением отсутствует, стенки и поршень теплоту не забирают — уравнение теплового баланса $\nu C_V \Delta T_1 = \nu C_P \Delta T_2$:

$$\Delta T_2 = \frac{C_V}{C_P}\Delta T_1 = \frac{3}{5}\Delta T_1.$$

$\Delta T_2 > 0$: газ 2 нагревается, но на меньшую величину, чем остывает газ 1 — часть полученной теплоты он отдаёт атмосфере в виде работы.



газ 1: изохора газ 2: изобара

Процессы на диаграммах P–V: газ 1 остывает при постоянном объёме (работа ноль), газ 2 нагревается при постоянном давлении P_0 и совершает работу $A_2 = P_0\Delta V$ (площадь).

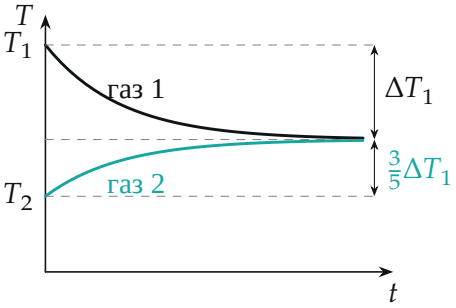
Пункт 2.

5. Изменение объёма. Уравнение состояния газа 2 до и после: $P_0 V = \nu R T_2$, $P_0\,(V + \Delta V) = \nu R\,(T_2 + \Delta T_2)$. Вычитая,

$$P_0\,\Delta V = \nu R\,\Delta T_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{\nu R\,\Delta T_2}{P_0} = \frac{3}{5}\,\frac{\nu R\,\Delta T_1}{P_0}.$$

Начальные V и T_2 для ответа не нужны.

6. Конечное состояние. Теплообмен заканчивается, когда температуры сравнялись: $T_1 - \Delta T_1 = T_2 + \frac{3}{5}\Delta T_1$. Значит, начальная разность температур была $T_1 - T_2 = \frac{8}{5}\Delta T_1$, и из неё газ 1 «отработал» $\frac{5}{8}$, газ 2 — $\frac{3}{8}$.



Температуры газов со временем (качественно): газ 1 остывает на ΔT_1, газ 2 нагревается на $\frac{3}{5}\Delta T_1$, обе кривые сходятся к общей температуре.

Обратите внимание: для газа 2 нельзя брать C_V — его объём меняется, и часть теплоты уходит в работу против атмосферы. Ошибка «$\Delta T_2 = \Delta T_1$» как раз из этого.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\nu R \Delta T}{P_0}$ — джоули на паскаль, кубометры. Энергия: газ 1 отдал $\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1$, газ 2 получил $\frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{3}{5}\Delta T_1 = \frac{9}{10}\nu R \Delta T_1$ на нагрев и $P_0 \Delta V = \frac{3}{5}\nu R \Delta T_1$ на работу, сумма $\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1$ — сходится. Смысл: атмосфера забрала у системы энергию $\frac{3}{5}\nu R \Delta T_1$, поэтому «средняя» температура газов понизилась.

Ответ. 1) $\Delta T_2 = \dfrac{3}{5}\Delta T_1$ (газ нагревается); 2) $\Delta V = \dfrac{3}{5}\dfrac{\nu R \Delta T_1}{P_0}$ (объём увеличивается).