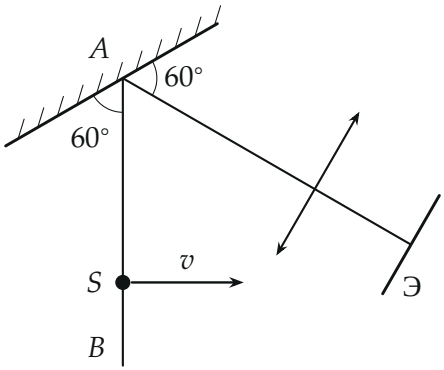
Линза, зеркало под углом 60° (30°) и экран

Задача 5. [Физтех 2014/15, 11 класс, задача 5] Оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 18$ см, небольшого плоского зеркала и экрана Э (см. рис.). Плоскость зеркала составляет угол 60° с главной оптической осью линзы. Расстояние между линзой и зеркалом 20 см. Муха S пересекает линию AB, находясь на расстоянии 52 см от зеркала, двигаясь перпендикулярно AB и имея скорость $v = 9$ см/с.



1. На каком расстоянии от линзы надо поместить экран для наблюдения резкого изображения мухи?
2. Найдите скорость изображения на экране.

▲ **Решение. Что происходит.** Свет от мухи сначала отражается от плоского зеркала, а потом проходит через линзу. Для линзы источник света — уже не сама муха, а её изображение в зеркале: отражённые лучи идут так, будто вышли из этого изображения. Плоское зеркало даёт изображение, симметричное предмету относительно плоскости зеркала, того же размера. Углы в условии подобраны так, что линия AB после «отражения» переходит в главную оптическую ось линзы: изображение мухи лежит на оси. Дальше — формула тонкой линзы и поперечное увеличение. Класс задачи — построение изображения в системе «плоское зеркало + линза».

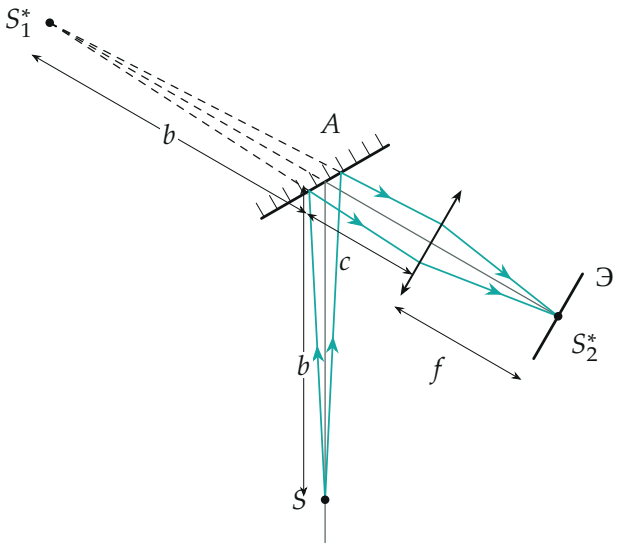
Обозначения. A — точка зеркала на оси; $b = 52$ см — расстояние AS; $c = 20$ см — расстояние от зеркала (точки A) до линзы; S_1^* — изображение мухи в зеркале, S_2^* — её изображение в линзе (на экране); d — расстояние от S_1^* до линзы, f — от линзы до экрана; Г — поперечное увеличение линзы.

1. Изображение в зеркале. Прямая AB составляет с зеркалом угол 60° с одной стороны, оптическая ось — 60° с другой. Отражение в плоском зеркале сохраняет угол с плоскостью зеркала и переносит его на другую сторону, поэтому прямая AB отражается в продолжение оптической оси за точку A. Изображение S_1^* лежит на оси, за зеркалом, на том же расстоянии от A, что и муха:

$$AS_1^* = AS = b = 52 \text{ см}.$$

Расстояние от S_1^* до линзы (вдоль оси)

$$d = b + c = 52 + 20 = 72 \text{ см}.$$



Два луча от мухи отражаются от зеркала вблизи точки A; их продолжения назад (пунктир) сходятся в изображении S_1^* на оси линзы. Линза собирает

лучи в точке S_2^* на экране. Расстояния b, c, f — в масштабе, расходимость лучей увеличена.

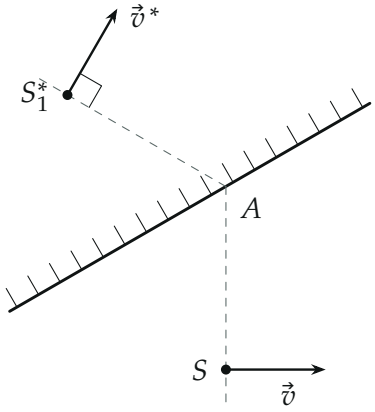
Пункт 1. Где поставить экран. Для линзы S_1^* — действительный источник (лучи после зеркала расходятся из него), он на расстоянии $d = 72$ см перед линзой, дальше фокуса ($d > F$). Формула тонкой собирающей линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{dF}{d-F} = \frac{72 \cdot 18}{72 - 18} = \frac{1296}{54} = 24 \text{ см}.$$

$f > 0$ — изображение действительное, за линзой, на оси: экран ставят перпендикулярно оси на расстоянии 24 см от линзы.

Пункт 2. Скорость изображения на экране.

2.1. Скорость изображения в зеркале. Плоское зеркало отражает вектор скорости так же, как отрезок: составляющая вдоль зеркала сохраняется, поперёк — меняет знак, модуль не меняется. Муха движется перпендикулярно AB; после отражения AB переходит в ось, значит, изображение S_1^* движется перпендикулярно оси со скоростью v (рис. ниже).



Скорость мухи и скорость её изображения в зеркале: модули равны, $\vec{v}^*$ перпендикулярна оси линзы (продолжение оси — пунктир через A).

2.2. Увеличение линзы. Луч через оптический центр не преломляется, поэтому точка источника, точка изображения и центр линзы ле-

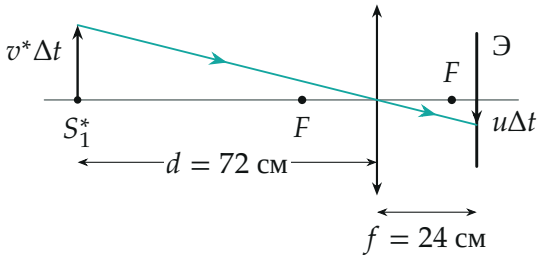
жат на одной прямой. Из подобия треугольников (рис. ниже) смещение изображения от оси относится к смещению источника как расстояния до линзы:

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{24}{72} = \frac{1}{3}.$$

Смещения меняются во времени пропорционально, значит, и скорости относятся так же:

$$u = \Gamma v = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3 \text{ см/с}.$$

Изображение на экране движется в сторону, противоположную $\vec{v}^*$ (изображение перевёрнутое).



Изображение в зеркале, линза и экран на одной оси (зеркало «распрямлено»). За время Δt источник S_1^* сместился на $v^*\Delta t$, изображение — на $u\Delta t$ в другую сторону; луч через центр линзы даёт подобные треугольники, $u/v = f/d$. Смещения увеличены, расстояния в масштабе.

Обратите внимание. Расстояние от изображения S_1^* до линзы — это $b + c$, а не $|b - c|$: изображение лежит *за* зеркалом, на продолжении оси за точку A, и свет от него до линзы проходит и отрезок AS_1^*, и отрезок от A до линзы.

Ответ.

$$f = \frac{(b+c)F}{b+c-F} = 24 \text{ см}, \qquad u = \frac{F}{b+c-F}v = 3 \text{ см/с}$$

Проверка. Размерности: расстояния в сантиметрах, скорость в см/с. Формула линзы: $\frac{1}{72} + \frac{1}{24} = \frac{1+3}{72} = \frac{1}{18}$ — верно. Увеличение вторым способом: $\Gamma = \frac{F}{d-F} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$ — то же. Предел: если муха приблизится

к A так, что $d \to F$, изображение уйдёт на бесконечность, а увеличение и скорость изображения неограниченно вырастут; у нас $d = 4F$ — изображение близко к фокусу и в три раза меньше.

Смысл: плоское зеркало только «переносит» муху на ось линзы, не меняя ни расстояний, ни скоростей; всё остальное делает линза.

Ответ. 1) $f = 24$ см; 2) $u = 3$ см/с.