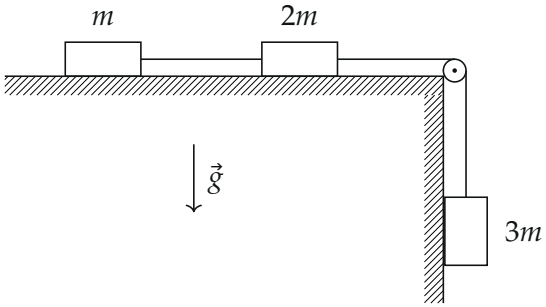
Три груза и блок

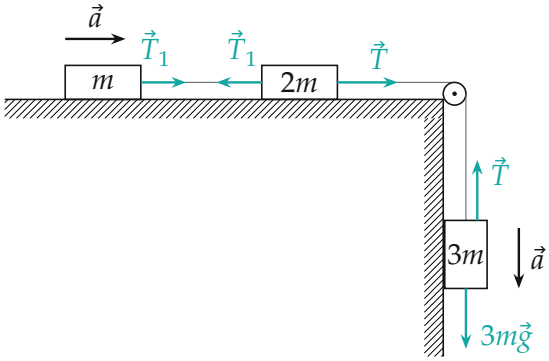
Задача 1. [Физтех 2015/16, 9 класс, задача 1] Два груза массами m и $2m$, находящиеся на гладком горизонтальном столе, связаны нитью и соединены с грузом массой $3m$ другой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рис.). Трением в оси блока можно пренебречь.

1. Найти ускорение грузов.
2. Во сколько раз сила натяжения нити между грузами на столе меньше силы натяжения другой нити?



▲ **Решение. Что происходит.** Висящий груз $3m$ тянет вниз, через блок нить тянет связку грузов на столе. Нити нерастяжимы, поэтому все три груза движутся с одним и тем же по модулю ускорением a. Это задача на связанные тела: второй закон Ньютона для каждого груза отдельно. Стол гладкий — трения нет, по горизонтали на грузы на столе действуют только нити.

Обозначения. T — натяжение нити, перекинутой через блок (между грузом $2m$ и грузом $3m$; блок невесомый и без трения, поэтому натяжение по обе стороны одно); T_1 — натяжение нити между грузами m и $2m$; a — модуль ускорения грузов.



Горизонтальные силы на грузы на столе и силы на висящий груз. Сила тяжести и реакция стола у грузов на столе уравновешены и не нарисованы.

Пункт 1.

1. Груз $3m$**.** Второй закон Ньютона $3m\vec{a} = 3m\vec{g} + \vec{T}$ в проекции на вертикальную ось вниз (по ускорению):

$$3m\,a = 3mg - T.$$

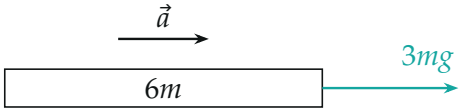
2. Грузы на столе вместе. Рассмотрим грузы m и $2m$ со связывающей нитью как одно тело массой $3m$: нить T_1 стала внутренней и в уравнение не входит. По вертикали сила тяжести уравновешена реакцией стола, по горизонтали действует только T. Второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось к блоку:

$$3m\,a = T.$$

3. Ускорение. Сложим уравнения шагов 1 и 2 — натяжение T уйдёт:

$$6m\,a = 3mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g}{2}, \qquad T = 3ma = \frac{3}{2}\,mg.$$

То же сразу: систему из трёх грузов общей массой $6m$ разгоняет только сила тяжести висящего груза $3mg$.



Нить «выпрямлена»: три груза — одно тело массой $6m$, вдоль нити его разгоняет только $3mg$.

Пункт 2.

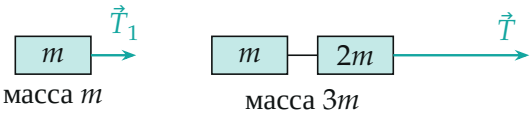
4. Натяжение между грузами. Груз m по горизонтали тянет только нить T_1. Второй закон Ньютона для груза m в проекции на ось к блоку:

$$T_1 = ma = \frac{mg}{2}.$$

5. Отношение.

$$\frac{T}{T_1} = \frac{\frac{3}{2}mg}{\frac{1}{2}mg} = 3.$$

Второй способ: нить T разгоняет оба груза на столе ($3m$), нить T_1 — только груз m, ускорение одно, поэтому $\dfrac{T}{T_1} = \dfrac{3m}{m} = 3$.



Одно ускорение a: нить T_1 тянет массу m, нить T — массу $3m$, поэтому $T = 3T_1$.

Обратите внимание. Натяжение нити через блок не равно весу висящего груза: $T = \frac{3}{2}mg < 3mg$ — груз ускоряется вниз, нить его не удерживает целиком.

Ответ.

$$\boxed{a = \frac{g}{2}; \qquad \frac{T}{T_1} = 3}$$

Проверка. Размерность: a — доля g, отношение безразмерно. Предел: если бы грузов на столе не было (их масса $\to 0$), висящий груз падал бы

свободно: формула $a = \dfrac{3m}{3m + M_{\text{стол}}} g$ при $M_{\text{стол}} \to 0$ даёт g. Смысл: груз на конце нити тянет только тех, кто за ним, поэтому натяжение растёт к блоку пропорционально массе, которую нить тащит.

Ответ. 1) $a = \dfrac{g}{2}$; 2) в 3 раза.