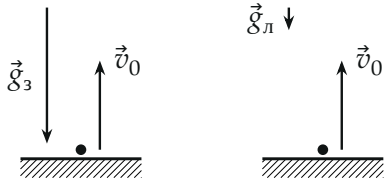
Камень на Земле и на Луне

Задача 1. [Физтех 2015/16, 9 класс, задача 1] Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности Земли с некоторой скоростью, упал на Землю через 2 с. Через какое время упадет камень, брошенный вертикально вверх с той же скоростью, на Луне? Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле.



Поясняющий рисунок: камень бросают вверх с одинаковой скоростью v_0 на Земле и на Луне; стрелки ускорения свободного падения — в масштабе: на Луне в 6 раз короче.

▲ **Решение. Что происходит.** Камень летит вверх, тормозится, останавливается и падает обратно — это равноускоренное движение с ускорением $\vec{g}$ всё время полёта (сопротивления воздуха нет, на Луне его нет и подавно). Время полёта определяется только начальной скоростью и ускорением g: чем слабее тяготение, тем дольше камень тормозится и тем дольше падает. Ключевой закон — уравнение равноускоренного движения.

Обозначения. v_0 — начальная скорость (одна и та же на Земле и на Луне); $g_з$ и $g_л = g_з/6$ — ускорения свободного падения; $t_з = 2$ с и $t_л$ — времена полёта. Ось y — вертикально вверх, начало — в точке броска.

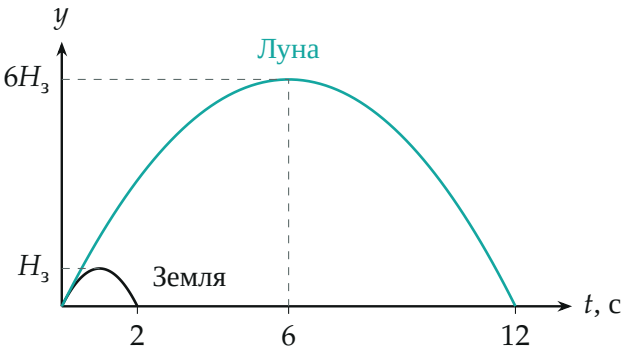
1. Закон движения. Камень движется с постоянным ускорением $\vec{g}$, направленным вниз; в проекции на ось y координата

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

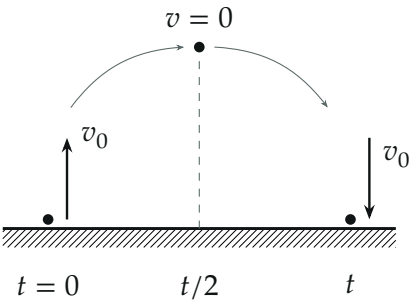
2. Время полёта. Камень вернулся на поверхность, когда $y = 0$ снова:

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0 \text{ (бросок)} \quad \text{или} \quad t = \frac{2v_0}{g} \text{ (падение).}$$

Нас интересует второй корень.



Координата камня $y(t)$ по вычисленным точкам: на Земле парабола заканчивается через 2 с, на Луне — в 6 раз шире и в 6 раз выше, падение через 12 с.

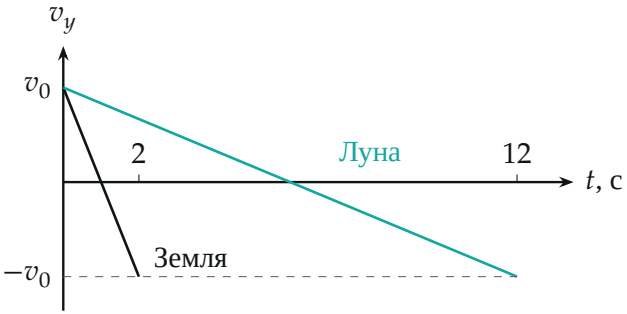


Полёт развёрнут по времени: подъём до остановки и падение занимают по $t/2$; камень возвращается со скоростью v_0, направленной вниз.

3. Отношение времён. Начальная скорость одна и та же, поэтому поделим $t_л = 2v_0/g_л$ на $t_з = 2v_0/g_з$ — неизвестная v_0 сократится:

$$\frac{t_л}{t_з} = \frac{g_з}{g_л} = 6 \quad \Rightarrow \quad t_л = 6t_з = 12 \text{ с.}$$

4. Второй способ — через скорость. Проекция скорости $v_y = v_0 - gt$ убывает от v_0 до $-v_0$ (на той же высоте модуль скорости тот же — движение симметрично). Изменение скорости $2v_0$ набирается за время $2v_0/g$: на Луне скорость меняется в 6 раз медленнее — и время в 6 раз больше.



Скорость камня $v_y(t)$: прямые от v_0 до $-v_0$; наклон прямой — это $-g$, на Луне он в 6 раз меньше.

Обратите внимание. Время полёта обратно пропорционально g, а не корню из g: корень появился бы в задаче о падении с заданной высоты, где одинакова высота, а здесь одинакова скорость броска.

Ответ (матрёшкой).

$$t_л = \frac{2v_0}{g_л} = \frac{g_з}{g_л}\, t_з = 6 \cdot 2 \text{ с} = 12 \text{ с}.$$

Проверка. Размерность: $[2v_0/g] = \frac{\text{м/с}}{\text{м/с}^2} = \text{с}$. Предел: при $g_л \to g_з$ время становится земным. Два способа (координата и скорость) дали одно и то же. Для сравнения: на Земле $v_0 = g_з t_з/2 \approx 10$ м/с, высота подъёма ≈ 5 м, на Луне — ≈ 30 м.

Смысл: при одной и той же скорости броска время полёта обратно пропорционально ускорению свободного падения.

Ответ. $t_л = 12$ с.