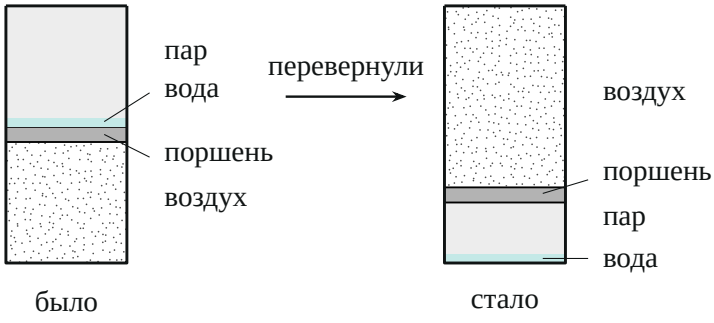
# Поршень с водой и паром при переворачивании цилиндра

**Задача 2.** [Физтех 2016/17, 11 класс, задача 2] Поршень делит объём герметичного вертикально расположенного цилиндра на две части. Стенки цилиндра хорошо проводят теплоту. Снаружи цилиндра поддерживается постоянная температура $T = 373$ К. Поршень создаёт своим весом дополнительное давление $P = P_0/5$, где $P_0$ — нормальное атмосферное давление. Под поршнем в объёме $V_0 = 1$ л находится воздух, над поршнем в объёме $V_0$ — вода массой $m_1 = 1{,}2$ г и водяной пар. Система в равновесии. Цилиндр переворачивают вверх дном. После наступления равновесия под поршнем находится вода и водяной пар, над поршнем — воздух.

1. Найти объём пара в конечном состоянии.
2. Найти массу воды в конечном состоянии.

Объём воды значительно меньше объёма цилиндра, масса воды значительно меньше массы поршня. Трением поршня о цилиндр пренебречь. Молярная масса водяного пара $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).




*Поясняющий рисунок: цилиндр до переворота и после него. Объём воды на рисунке для наглядности преувеличен.*

▲ **Решение. Что происходит.** Вода и пар в цилиндре находятся в равновесии при температуре 373 К, то есть при температуре кипения воды

при нормальном атмосферном давлении. Раз в обоих состояниях присутствует жидкая вода, пар в обоих состояниях насыщенный, и его давление равно давлению насыщенных паров при 373 К: $P_0$. Меняется объём пара — вода испаряется или конденсируется, а давление остаётся $P_0$. Воздух подчиняется закону Бойля — Мариотта: температура постоянна, стенки хорошо проводят теплоту. Это задача на насыщенный пар: предположение (вода есть — пар насыщенный), расчёт, проверка. Идея: давления из равновесия поршня, объём воздуха, объём и масса пара.

**Обозначения.** $S$ — площадь поршня, $p_1$ и $p_2$ — давление воздуха в первом и втором состояниях, $V_в$ — объём воздуха во втором состоянии, $V$ — объём пара во втором состоянии, $m_2$ — масса воды в конце. Полный объём цилиндра $2V_0$: объёмом воды и толщиной поршня пренебрегаем.

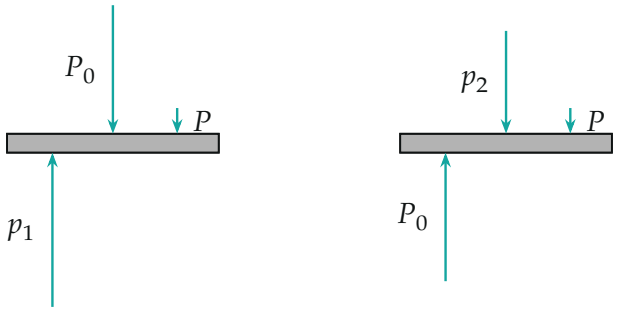
**Пункт 1.**

**1. Равновесие поршня до переворота.** Запишем второй закон Ньютона для поршня (ускорение нулевое) в проекции на вертикальную ось. Снизу воздух давит вверх с силой $p_1S$, сверху пар давит вниз с силой $P_0S$ и вес поршня давит вниз с силой $PS$ (по условию, вес создаёт давление $P$). Делим на $S$ — площадь входит во все силы одинаково, и она уходит:

$$p_1 = P_0 + P = \frac{6}{5}P_0.$$

**2. Равновесие поршня после переворота.** Теперь пар под поршнем и давит вверх с $P_0S$, а воздух давит вниз с $p_2S$ вместе с весом поршня $PS$:

$$P_0 = p_2 + P \quad \Rightarrow \quad p_2 = P_0 - P = \frac{4}{5}P_0.$$

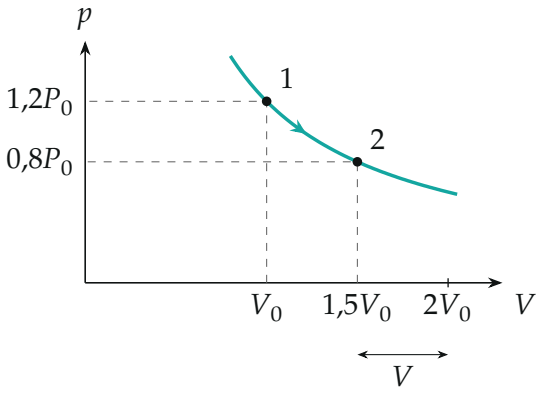



состояние 1: воздух внизу состояние 2: пар внизу

*Давления на поршень в двух состояниях; длины стрелок пропорциональны давлению ($P_0$ изображено отрезком 1,7 см). Стрелки вверх уравновешены суммой стрелок вниз:* $1{,}2 = 1{,}0 + 0{,}2$ *и* $1{,}0 = 0{,}8 + 0{,}2$.

**3. Объём воздуха — закон Бойля — Мариотта.** Воздуха столько же, температура прежняя (стенки хорошо проводят теплоту, снаружи $T$): $p_1 V_0 = p_2 V_\text{в}$. Отсюда

$$V_\text{в} = \frac{p_1}{p_2} V_0 = \frac{6/5}{4/5} V_0 = \frac{3}{2} V_0.$$




*Воздух в координатах $p$, $V$: изотерма $pV = \text{const}$ ($1{,}2P_0 \cdot V_0 = 0{,}8P_0 \cdot 1{,}5V_0$). Остальной объём цилиндра $2V_0$ занимает пар: $V = 2V_0 - 1{,}5V_0$.*

**4. Объём пара.** Пар и воздух делят весь цилиндр:

$$V = 2V_0 - V_\text{в} = \frac{1}{2}V_0 = 0{,}5\text{ л}.$$

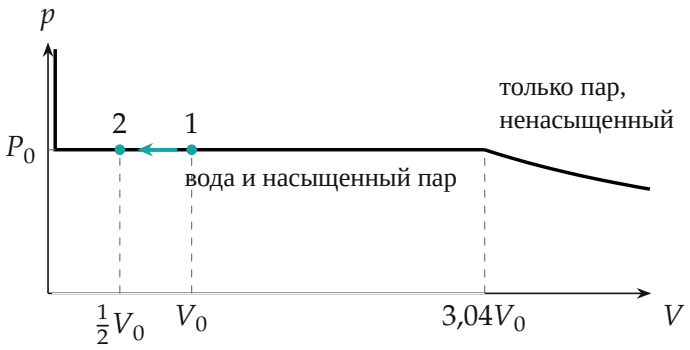
**Пункт 2.**

**5. Масса пара в каждом состоянии.** Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для пара: давление $P_0$ (насыщенный), температура $T$. В первом состоянии пара объём $V_0$, во втором — $V$:

$$P_0V_0 = \frac{m_\text{п1}}{\mu}RT, \qquad P_0V = \frac{m_\text{п2}}{\mu}RT.$$

Отсюда $m_\text{п1} = \dfrac{P_0V_0\mu}{RT}$ и $m_\text{п2} = \dfrac{P_0V\mu}{RT} = \dfrac{1}{2}m_\text{п1}$ — при тех же $P_0$ и $T$ масса пара пропорциональна его объёму. При $P_0 = 1{,}013\cdot10^5$ Па

$$m_\text{п1} = \frac{1{,}013\cdot10^5\cdot10^{-3}\cdot18\cdot10^{-3}}{8{,}31\cdot373}\text{ кг} \approx 0{,}59\text{ г}, \qquad m_\text{п2} \approx 0{,}29\text{ г}.$$

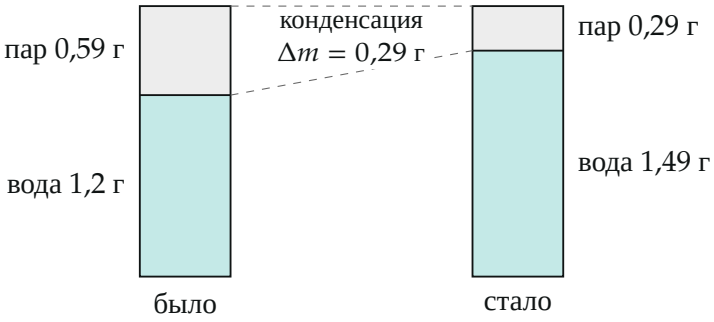



*Изотерма $T = 373$ K для воды с паром: пока вода есть, давление пара равно $P_0$ при любом объёме (горизонтальный отрезок). Состояния 1 и 2 лежат на нём; вода полностью испарилась бы лишь при объёме $\approx 3V_0$.*

**6. Баланс массы.** Герметичный цилиндр: сумма масс воды и пара не

меняется (воздух в испарении не участвует):

$$m_1 + m_{п1} = m_2 + m_{п2} \;\Rightarrow\; m_2 = m_1 + (m_{п1} - m_{п2})$$
$$= m_1 + \frac{P_0 V_0 \mu}{2RT} \approx 1{,}2 + 0{,}29 \approx 1{,}5 \text{ г}.$$




*Масса воды и пара до и после переворота (по вертикали — масса). Полная масса не меняется, вода прибавила 0,29 г.*

**Обратите внимание:** пар насыщенный в обоих состояниях только потому, что вода остаётся жидкой там и там. Проверка предположения (рисунок выше): всей воды с паром $1{,}2 + 0{,}59 = 1{,}79$ г, при $P_0$ и $T$ она заняла бы пар объёмом $\approx 3V_0$, а у нас $V_0$ и $V_0/2$ — оба состояния на горизонтальном отрезке. В начале воды 1,2 г, а полностью испариться в объёме $V_0$ могло бы лишь 0,59 г — вода есть; в конце воды 1,49 г — тоже есть. Не хватило бы воды — пар стал бы ненасыщенным, и считать его давление равным $P_0$ было бы нельзя.

**Проверка.** Предельный случай: если поршень невесом ($P \to 0$), то $p_1 = p_2 = P_0$, $V_в = V_0$, $V = V_0$ и $m_2 = m_1$: переворот ничего не меняет — формулы дают именно это. Размерность: $P_0 V_0 \mu/(RT)$ — Па · м$^3$ · кг/моль / Дж/моль = килограммы. Второй способ для пункта 1: $(P_0 + P)V_0 = (P_0 - P)(2V_0 - V)$ — тот же $V = V_0/2$. Смысл: после переворота вес поршня уже не добавляется к давлению воздуха, а вычитается, воздух расширяется, места пару остаётся меньше, и лишний пар становится водой.

**Ответ.** 1) $V = \frac{1}{2}V_0 = 0{,}5$ л; 2) $m_2 = m_1 + \frac{P_0 V_0 \mu}{2RT} \approx 1{,}5$ г.