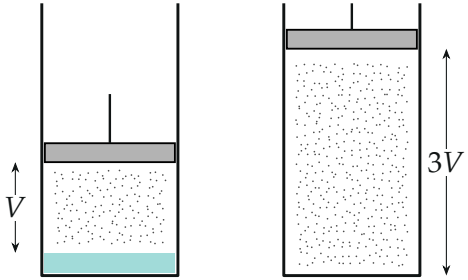
Влажный воздух под поршнем: вода и пар

Задача 4. [Физтех 2017/18, 10 класс, задача 4] В цилиндре под поршнем находятся в равновесии воздух, водяной пар и вода. Отношение масс жидкости и пара $\alpha = 1/2$. В медленном изотермическом процессе объём влажного воздуха увеличивается в $k = 3$ раза.

1. Найти относительную влажность воздуха φ_1 в цилиндре в начале процесса.
2. Найти относительную влажность воздуха φ_2 в цилиндре в конечном состоянии.



Поясняющий рисунок: в начале на дне вода (цветом), над ней влажный воздух объёма V; поршень медленно поднимают при постоянной температуре до объёма $3V$.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача о насыщенном паре. Пока в цилиндре есть жидкость в равновесии с паром, пар насыщенный: его давление равно давлению насыщенного пара $p_н$ при данной температуре и не зависит от объёма. При изотермическом расширении вода испаряется, удерживая давление пара равным $p_н$. Когда вся вода испарилась, пар становится ненасыщенным и дальше ведёт себя как идеальный газ: $p \propto 1/V$. Надо проверить, успеет ли вода испариться полностью до объёма $3V$.

Обозначения. m — масса пара в начале, $\alpha m = m/2$ — масса воды, μ — молярная масса воды, T — температура, V — начальный объём влажного воздуха, $p_п$ — парциальное давление пара; относительная влаж-

ность $\varphi = p_{\text{п}}/p_{\text{н}}$. Объём жидкости мал по сравнению с объёмом газа — им пренебрегаем.

Пункт 1.

1. Начальное состояние. Вода и пар в равновесии — пар насыщенный, $p_{\text{п}} = p_{\text{н}}$:

$$\varphi_1 = \frac{p_{\text{н}}}{p_{\text{н}}} = 1 = 100\%.$$

Для дальнейшего запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для пара (воздух на пар не влияет: по закону Дальтона каждый газ ведёт себя так, как будто занимает весь объём один):

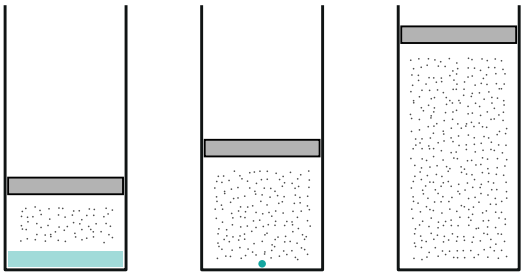
$$p_{\text{н}}V = \frac{m}{\mu}RT.$$

Пункт 2.

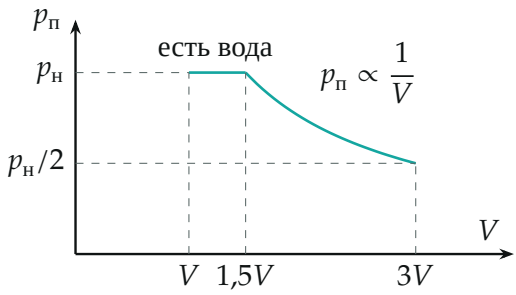
2. При каком объёме испарится вся вода. Вся вода — это масса $(1+\alpha)m = \frac{3}{2}m$. Насыщенный пар такой массы при той же температуре занимает объём V^*:

$$p_{\text{н}}V^* = \frac{(1+\alpha)m}{\mu}RT \;\Rightarrow\; V^* = (1+\alpha)V = 1{,}5\,V.$$

Конечный объём $3V > 1{,}5V$: вода испарится раньше, и в конце пар ненасыщенный.



Три момента: в начале есть вода; при $1{,}5V$ испаряется последняя капля, пар ещё насыщенный; при $3V$ пар той же массы занимает вдвое больший объём.



Давление пара при изотермическом расширении (по вычисленным точкам): пока есть вода, $p_п = p_н$; после $V^* = 1{,}5V$ — изотерма идеального газа.

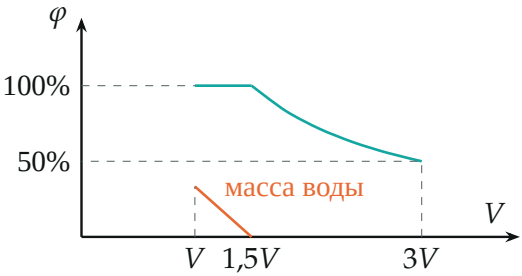
3. Конечное состояние. Пар массы $\frac{3}{2}m$ в объёме $3V$, температура та же. Уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$p_{п2} \cdot 3V = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT = \frac{3}{2}p_н V \;\Rightarrow\; p_{п2} = \frac{p_н}{2}.$$

$$\varphi_2 = \frac{p_{п2}}{p_н} = \frac{1}{2} = 50\%.$$

$\varphi_2 < 1$ — пар действительно ненасыщенный, предположение шага 2 согласовано.

Второй способ (закон Бойля–Мариотта для пара после испарения). От объёма $1{,}5V$ до $3V$ масса пара постоянна, температура постоянна: $p_н \cdot 1{,}5V = p_{п2} \cdot 3V$, $p_{п2} = p_н/2$.



Влажность (бирюза) и масса жидкой воды (оранжевым, в условных единицах): вода кончается при $1{,}5V$, после этого влажность падает.

Обратите внимание. Нельзя сразу писать «объём вырос втрое — давление пара упало втрое»: пока есть вода, давление пара не меняется. Ответ $\varphi_2 = 1/3$ был бы ошибкой — он не учитывает испарившиеся αm.

Ответ (матрёшкой). $\varphi_1 = 1$; при $k > 1 + \alpha$ (вся вода испарилась)

$$\varphi_2 = \frac{1+\alpha}{k}.$$

Проверка. Безразмерно. Предел $\alpha = 0$ (воды нет, пар насыщен только-только): $\varphi_2 = 1/k$ — обычный закон Бойля–Мариотта. Граничный случай $k = 1+\alpha$: $\varphi_2 = 1$, вода испарилась ровно в конце — формула переходит в насыщенный случай непрерывно. Числа: $(1 + \frac{1}{2})/3 = \frac{1}{2}$.

Смысл: пока есть вода, она «подкачивает» пар; кончилась — и пар разрежается, как обычный газ.

Ответ. 1) $\varphi_1 = 100\%$; 2) $\varphi_2 = \dfrac{1+\alpha}{k} = 50\%$.