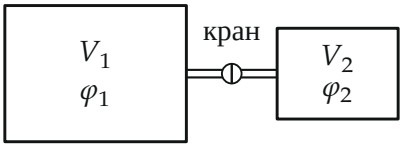
Смешение влажного воздуха из двух сосудов

Задача 4. [Физтех 2017/18, 10 класс, задача 4] Два сосуда соединены короткой трубкой с закрытым краном. В одном сосуде объёмом $V_1 = 3$ л находится влажный воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 50\%$ при температуре T. В другом сосуде объёмом $V_2 = 2$ л находится влажный воздух с относительной влажностью $\varphi_2 = 75\%$ при той же температуре. Кран открывают, и влажный воздух в сосудах перемешивается. В сосудах устанавливается та же температура T. Найти относительную влажность φ воздуха в сосудах.



Поясняющий рисунок: два сосуда с влажным воздухом, кран закрыт; температура T в обоих.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на смесь газов: водяной пар — отдельный идеальный газ в смеси с воздухом. При открытии крана каждый пар расширяется на весь объём $V_1 + V_2$, а температура остаётся прежней. Пар нигде не конденсируется (влажность в обоих сосудах меньше 100%, а после смешения она окажется между φ_1 и φ_2), поэтому количество пара сохраняется. Ключевой закон — уравнение Менделеева–Клапейрона для пара и закон Дальтона: давление пара в смеси складывается из парциальных давлений пара, пришедшего из каждого сосуда.

Обозначения. $p_\text{н}$ — давление насыщенного пара при температуре T (одно и то же до и после: температура не меняется); $p_1 = \varphi_1 p_\text{н}$ и $p_2 = \varphi_2 p_\text{н}$ — давления пара в сосудах до открытия крана; ν_1, ν_2 — количества пара в сосудах; p — давление пара после смешения.

1. Сколько пара в каждом сосуде. Относительная влажность — отношение давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре: $p_1 = \varphi_1 p_\text{н}$, $p_2 = \varphi_2 p_\text{н}$. Уравнение Менделеева–Клапейрона

для пара в каждом сосуде:

$$\nu_1 = \frac{\varphi_1 p_н V_1}{RT}, \qquad \nu_2 = \frac{\varphi_2 p_н V_2}{RT}.$$

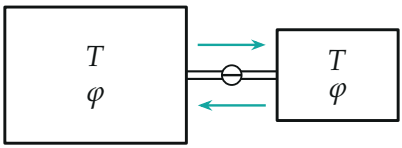
2. Пар после смешения. После открытия крана весь пар $\nu_1 + \nu_2$ занимает объём $V_1 + V_2$ при той же температуре T:

$$p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT = p_н(\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2).$$

Относительная влажность после смешения $\varphi = p/p_н$:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

Это среднее значение φ_1 и φ_2, взвешенное по объёмам: больший сосуд тянет ответ к своей влажности.



Кран открыт: пар перемешивается и занимает весь объём $V_1 + V_2$; температура прежняя T, влажность φ всюду одна.

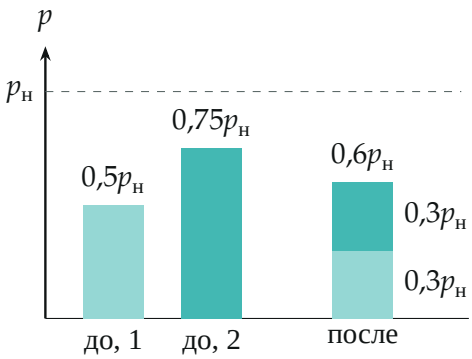
3. Второй способ — закон Дальтона. Пар из первого сосуда изотермически расширяется от V_1 до $V_1 + V_2$; по закону Бойля–Мариотта его парциальное давление

$$p_1' = \varphi_1 p_н \frac{V_1}{V_1 + V_2} = 0{,}5 \cdot \frac{3}{5} p_н = 0{,}3\, p_н.$$

Пар из второго сосуда:

$$p_2' = \varphi_2 p_н \frac{V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}75 \cdot \frac{2}{5} p_н = 0{,}3\, p_н.$$

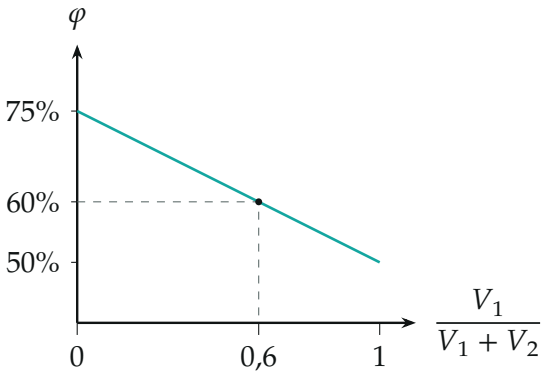
По закону Дальтона давление пара в смеси $p = p_1' + p_2' = 0{,}6\, p_н$, то есть $\varphi = 60\%$ — то же.



Давление пара в масштабе: до смешения в каждом сосуде и после — сумма двух парциальных давлений по $0{,}3p_н$.

4. Числа.

$$\varphi = \frac{0{,}5 \cdot 3 + 0{,}75 \cdot 2}{3 + 2} = \frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\%.$$



Влажность после смешения в зависимости от доли объёма первого сосуда: прямая от φ_2 (весь объём — второй сосуд) до φ_1; наша доля $3/5$ даёт 60%.

Обратите внимание. Складывать влажности ($50\% + 75\%$) или брать их простое среднее ($62{,}5\%$) нельзя: относительная влажность не аддитивна, сохраняется количество пара, а не влажность. Простое среднее получилось бы только при равных объёмах.

Ответ (матрёшкой).

$$\varphi = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} = 60\%.$$

Проверка. Размерность: в числителе и знаменателе объёмы, φ безразмерна. Пределы: $V_2 \to 0$ даёт $\varphi \to \varphi_1$, $V_1 \to 0$ — $\varphi \to \varphi_2$; при $\varphi_1 = \varphi_2$ влажность не меняется. Ответ лежит между 50% и 75% и меньше 100% — конденсации нет, предположение пункта «Что происходит» выполнено.

Смысл: при постоянной температуре смешение влажного воздуха — просто усреднение влажностей по объёмам.

Ответ. $\varphi = \dfrac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} = 60\%.$