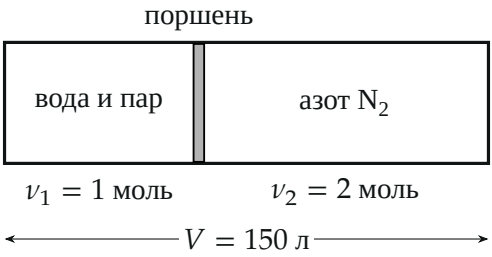
# Вода, пар и газ в двух отсеках с поршнем

**Задача 2.** [Физтех 2018/19, 11 класс, задача 2] Подвижный поршень делит объём горизонтально расположенного сосуда на два отсека с общим объёмом $V = 150$ л. В первый отсек ввели $\nu_1 = 1$ моль воды, а во второй ввели $\nu_2 = 2$ моль азота. Можно считать, что объём введённой воды намного меньше $V$. В отсеках установилась температура $T_1 = 275$ K. Сосуд вместе с содержимым прогревают до температуры $T_2 = 373$ K. Давление насыщенного пара воды при температуре $T_1 = 275$ K равно $P_н = 705$ Па. Плотность воды $\rho = 1$ г/см$^3$.

1. Найти давление $P_1$ в сосуде до прогревания.
2. Найти объём $V_1$ первого отсека до прогревания.
3. Найти давление $P_2$ в сосуде после прогревания.




*Поясняющий рисунок к условию (в условии рисунка нет): сосуд с подвижным поршнем, положение поршня заранее неизвестно.*

▲ **Решение. Что происходит.** Поршень подвижен и невесом, поэтому в равновесии давления по обе стороны от него равны. Вода в первом отсеке может создавать давление не выше давления насыщенного пара, а газ азот давит на поршень, пока тот не упрётся в воду — вода почти несжимаема. Задача на насыщенный пар: сначала предположение, потом проверка предположения. Главная идея — сравнить давления, а не искать «доли» пара.

**Обозначения.** $P$ — общее давление в сосуде, $V_1$ и $V_2$ — объёмы отсеков, $R = 8{,}31$ Дж/(моль·K). Масса воды $m = \nu_1\mu = 1 \cdot 18$ г $= 18$ г ($\mu = 18$ г/моль — молярная масса воды).

**Пункт 1.**

**1. Что находится в первом отсеке при $T_1$.** Допустим, что при $T_1$ в первом отсеке сосуществуют вода и насыщенный пар. Тогда давление в нём равно $P_н = 705$ Па, и такое же давление у азота. Какой объём занял бы азот?

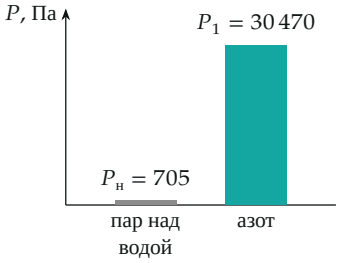
$$V_2 = \frac{\nu_2 R T_1}{P_н} = \frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 275}{705} \approx 6{,}5 \text{ м}^3.$$

Это в десятки раз больше всего сосуда (0,15 м$^3$). Допущение невозможно. Значит, азот прижимает поршень вплотную к воде: пара над водой нет, весь первый отсек занят жидкостью.

**2. Давление до прогревания.** Давление создаёт только азот; его объём $V - V_1$, а объём воды $V_1 = 18$ см$^3$ (шаг 3) в $8{,}3 \cdot 10^3$ раз меньше $V$ (по условию объём воды пренебрежимо мал). Уравнение Менделеева — Клапейрона для азота:

$$P_1 = \frac{\nu_2 R T_1}{V - V_1} \approx \frac{\nu_2 R T_1}{V} = \frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 275}{0{,}150} \approx 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ Па} = 0{,}3 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Проверим выбор: $P_1 \gg P_н$ (в 43 раза), поэтому вода и не думает закипать — поршень держит её под большим давлением.

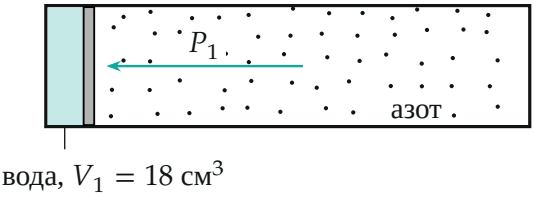



*Давление насыщенного пара при $T_1$ и давление азота (один масштаб).*

**Пункт 2.**

**3. Объём первого отсека.** Масса воды $m = \nu_1 \mu = 18$ г, плотность $\rho = 1$ г/см$^3$:

$$V_1 = \frac{m}{\rho} = \frac{18 \text{ г}}{1 \text{ г/см}^3} = 18 \text{ см}^3.$$




*До прогревания (отсек с водой крупнее, чем в масштабе): поршень прижат к воде, пара нет.*

**Пункт 3.**

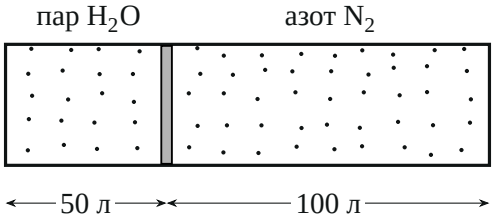
**4. Предположение о конце нагрева.** Поставим вопрос так: вся ли вода испарится к $T_2 = 373$ К? Допустим, что да. Тогда первый отсек содержит только пар ($\nu_1$ молей), второй — азот ($\nu_2$ молей), оба при температуре $T_2$ и при одинаковом давлении $P_2$ (поршень в равновесии). Объёмы отсеков в сумме дают $V$. Уравнение Менделеева — Клапейрона для каждого газа:

$$P_2V_1' = \nu_1 RT_2, \qquad P_2V_2' = \nu_2 RT_2.$$

Сложим: $P_2(V_1' + V_2') = (\nu_1 + \nu_2)RT_2$, а $V_1' + V_2' = V$:

$$P_2 = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT_2}{V} = \frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 373}{0{,}150} \approx 6{,}2 \cdot 10^4 \text{ Па} = 0{,}62 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Заодно получаем объёмы: $V_1' = V\dfrac{\nu_1}{\nu_1 + \nu_2} = 50$ л, $V_2' = 100$ л.




*Состояние при $T_2 = 373$ К: давление и температура с обеих сторон поршня одинаковы, поэтому и плотности газов одинаковы (точки).*

**5. Проверка предположения.** Пар не может быть «перегружен»: при $T_2$ его давление не должно превышать давления насыщенного пара воды $P_{\text{н}}(T_2)$. Этого давления в условии нет, но оно следует из известного факта: 373 K — это 100 °C, нормальная точка кипения воды. Вода кипит, когда давление её насыщенного пара равно внешнему давлению, а «нормальная» точка кипения отвечает нормальному атмосферному давлению. Значит, $P_{\text{н}}(T_2) = 1{,}013 \cdot 10^5 \approx 1{,}0 \cdot 10^5$ Па. Получилось $P_2 = 0{,}62 \cdot 10^5$ Па $< P_{\text{н}}(T_2)$: пар ненасыщенный, вся вода действительно испарилась. Предположение верно.

Обратите внимание: если бы предположение не подтвердилось, пришлось бы считать иначе: часть воды осталась бы жидкой, а давление пара было бы равно $P_{\text{н}}(T_2)$.

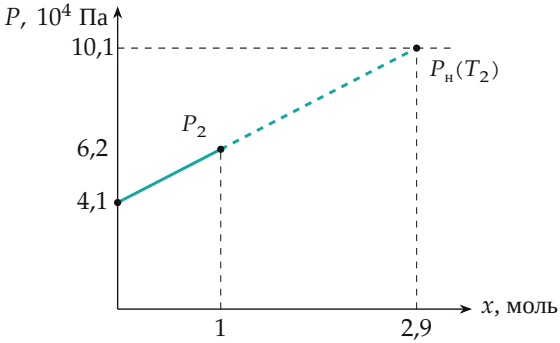



*График: давление в сосуде при $T_2$ в зависимости от количества воды $x$, перешедшей в пар. Сплошная линия — возможные значения ($x \le \nu_1 = 1$ моль), пунктир — недостижимые: давление дошло бы до $P_{\text{н}}(T_2)$ только при $x = P_{\text{н}}V/(RT_2) - \nu_2 \approx 2{,}9$ моль, а воды всего один моль — она вся испарится.*

**Проверка.** Размерности: $\nu RT/V$ — Дж/м$^3$ = Па, $m/\rho$ — объём. Второй способ для отношения давлений: $P_2/P_1 = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot \dfrac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_2} = 1{,}36 \cdot 1{,}5 = 2{,}0$, а числа дают $0{,}62/0{,}30 = 2{,}0$. Предел: при $\nu_1 \to 0$ давление $\nu_2 RT_2/V$ — давление одного азота. Смысл: пока давление азота велико, вода остаётся жидкостью, а при нагреве вся уходит в пар, и пар с азотом делят объём пропорционально числу молей.

**Ответ.** 1) $P_1 \approx 0{,}3 \cdot 10^5$ Па; 2) $V_1 = 18$ см$^3$; 3) $P_2 \approx 0{,}62 \cdot 10^5$ Па.