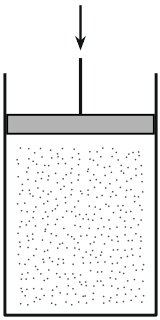
Насыщенный пар под поршнем

Задача 5. [Физтех 2019/20, 10 класс, задача 5] В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95 °C и давлении $P = 8{,}5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объёма пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1. Найдите отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
2. Найдите отношение объёма пара к объёму воды к моменту, когда объём пара уменьшится в $\gamma = 4{,}7$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см^3, $\mu = 18$ г/моль.



Поясняющий рисунок: насыщенный пар под поршнем; поршень медленно опускают, температура постоянна.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на насыщенный пар. Главное свойство: при данной температуре давление насыщенного пара — фиксированное число, оно не зависит от объёма. Поэтому при изотермическом сжатии давление пара остаётся равным P, и плотность пара тоже не меняется; «лишний» пар конденсируется. Пар при этом описываем уравнением Менделеева — Клапейрона: при таких давлениях он близок к идеальному газу. Пар занимает почти весь объём, вода — тонкий слой, но масса у них сравнимая: вода в тысячи раз плотнее.

Обозначения. $T = 368$ К; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К); $\rho_\text{п}$ — плотность насыщенного пара; V — начальный объём пара, V/γ — объём пара в конце; $V_\text{в}$ — объём образовавшейся воды.

Пункт 1.

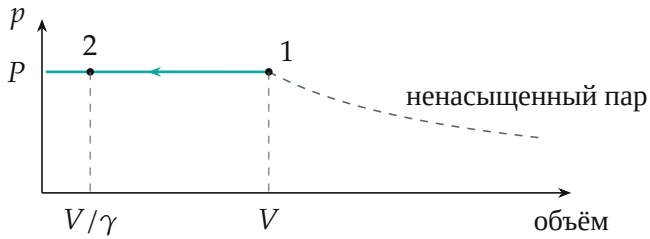
1. Плотность насыщенного пара. Уравнение Менделеева — Клапейрона для пара массой m в объёме V: $PV = \dfrac{m}{\mu}RT$. Плотность $\rho_{\text{п}} = m/V$:

$$\rho_{\text{п}} = \frac{P\mu}{RT} = \frac{8{,}5 \cdot 10^4 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 368}\ \text{кг/м}^3 \approx 0{,}50\ \text{кг/м}^3.$$

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, поэтому

$$\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho} = \frac{P\mu}{\rho RT} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-4}.$$

Пар в 2000 раз реже воды.

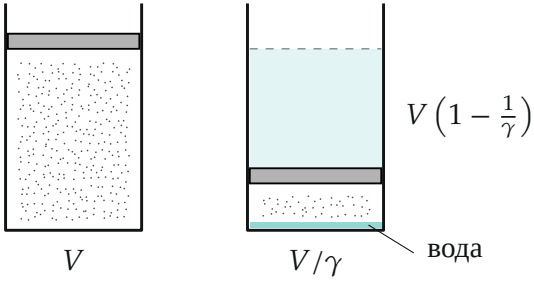


Изотерма 95 °C. Пар насыщен с самого начала (точка 1), поэтому при сжатии давление не растёт: процесс 1 → 2 идёт по горизонтали, часть пара конденсируется. Штриховая гипербола — пар, если бы его расширяли (уже ненасыщенный).

Пункт 2.

2. Сколько пара сконденсировалось. Давление и температура пара постоянны, значит, постоянна и его плотность $\rho_{\text{п}}$ (шаг 1). В начале масса пара $\rho_{\text{п}}V$, в конце $\rho_{\text{п}}V/\gamma$. Закон сохранения массы: исчезнувший пар стал водой,

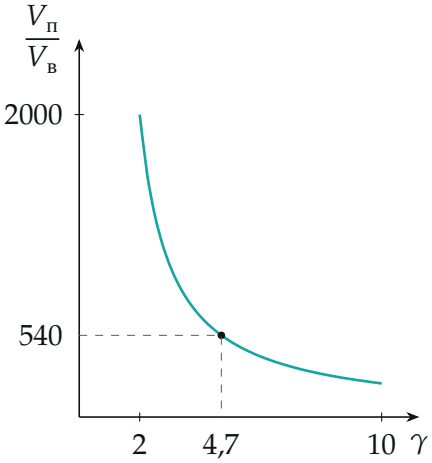
$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{п}}V\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right), \qquad V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho} = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho}\,V\,\frac{\gamma - 1}{\gamma}.$$



Слева — начало, справа — пар сжат в γ раз. Пар из объёма $V(1-1/\gamma)$ (бирюзовая область) превратился в слой воды на дне; толщина слоя на рисунке сильно преувеличена.

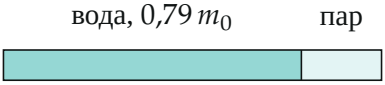
3. Отношение объёмов. Объём пара в этот момент V/γ:

$$\frac{V/\gamma}{V_\text{в}} = \frac{\rho}{\rho_\text{п}} \cdot \frac{1}{\gamma-1} = \frac{\rho RT}{P\mu(\gamma-1)} \approx \frac{2{,}0\cdot 10^3}{3{,}7} \approx 5{,}4\cdot 10^2.$$



Отношение объёма пара к объёму воды в зависимости от того, во сколько раз сжат пар: $\frac{\rho/\rho_n}{\gamma-1}$, построено по точкам. При $\gamma = 4{,}7$ — около 540.

4. Доли массы. Для наглядности: доля пара, ставшего водой, $1-1/\gamma \approx 0{,}79$, то есть почти $4/5$ массы уже вода, а занимает она в 540 раз меньший объём, чем оставшийся пар.



масса всего пара в начале $m_0 = \rho_\text{п} V$

Распределение массы при $\gamma = 4{,}7$ (по вычисленным долям): $1 - 1/\gamma \approx 0{,}79$ *— вода,* $1/\gamma \approx 0{,}21$ *— пар.*

Обратите внимание. Нельзя применять закон Бойля — Мариотта к пару «$pV = \text{const}$»: масса пара меняется, а давление насыщенного пара при данной температуре не растёт при сжатии. Уравнение состояния верно в каждый момент для того пара, который остался.

Проверка. Размерность: у $P\mu/(\rho RT)$ — (Па · кг/моль)/(кг/м^3 · Дж/моль) $= 1$, так как Па · м^3 = Дж. Предел: при $\gamma \to 1$ воды почти нет, отношение объёмов $\to \infty$ — верно. Табличная плотность насыщенного пара при 95 °C около 0,50 кг/м^3 — совпадает с шагом 1. Смысл: вода занимает ничтожный объём, хотя по массе её уже больше, чем пара.

Ответ. 1) $\dfrac{\rho_\text{п}}{\rho} = \dfrac{P\mu}{\rho RT} \approx 5 \cdot 10^{-4}$; 2) $\dfrac{V_\text{п}}{V_\text{в}} = \dfrac{\rho RT}{P\mu(\gamma - 1)} \approx 540$.