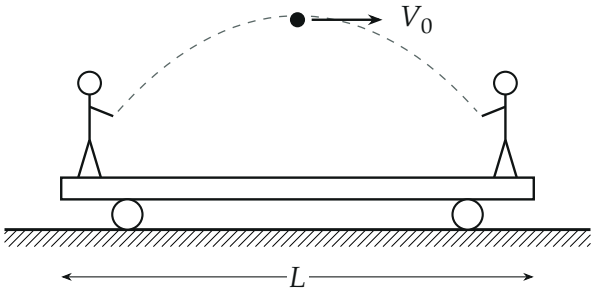
# Тележка, ученики и мяч

**Задача 2.** [Физтех 2019/20, 10 класс, задача 2] На противоположных концах тележки массы $M$, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, стоят два ученика одинаковой массы $m$ каждый. Длина тележки $L$. Вначале система неподвижна. Один ученик бросает мяч, а другой ловит. Масса мяча $m_1$. В процессе полёта горизонтальная составляющая скорости мяча относительно поверхности, на которой находится тележка, равна $V_0$.

1. Найдите скорость $V_1$ тележки после броска.
2. Найдите продолжительность $T$ полёта мяча.
3. Найдите скорость $V_2$ тележки после того, как второй ученик поймает мяч.

Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.




*Поясняющий рисунок: ученики на концах тележки длиной $L$; мяч летит от одного к другому, горизонтальная составляющая его скорости относительно земли $V_0$.*

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на закон сохранения импульса. Поверхность гладкая, сопротивления воздуха нет — значит, горизонтальные внешние силы на систему «тележка + ученики + мяч» не действуют, и горизонтальная проекция её импульса сохраняется и равна нулю (вначале все покоились). Вертикальная проекция не сохраняется: на мяч в полёте действует тяжесть, на тележку — реакция опоры; поэтому пишем закон только по горизонтали. Бросок толкает тележку назад,

она едет навстречу мячу, и мяч пролетает расстояние $L$ *относительно тележки* быстрее, чем пролетел бы его относительно земли.

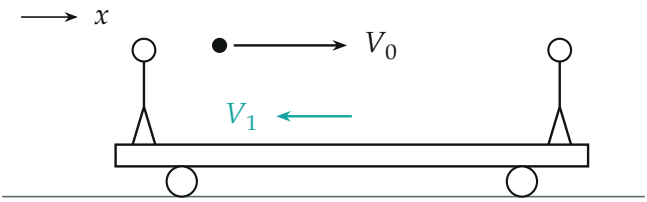
**Обозначения.** Ось $x$ — горизонтально в сторону полёта мяча; $V_1$ — модуль скорости тележки с учениками после броска (она движется против оси $x$); $M_0 = M + 2m$ — масса тележки с учениками.

**Пункт 1.**

**1. Закон сохранения импульса при броске.** Система «тележка + оба ученика + мяч», проекция на ось $x$; до броска импульс нуль, после — мяч летит с горизонтальной скоростью $V_0$, тележка с учениками едет со скоростью $V_{1x}$:

$$0 = m_1 V_0 + (M + 2m) V_{1x} \quad \Rightarrow \quad V_{1x} = -\frac{m_1 V_0}{M + 2m}.$$

Минус: тележка движется против полёта мяча, навстречу ему. Модуль $V_1 = \dfrac{m_1 V_0}{M + 2m}$.




*Сразу после броска: мяч летит вперёд с горизонтальной скоростью $V_0$, тележка с учениками откатывается назад со скоростью $V_1$.*

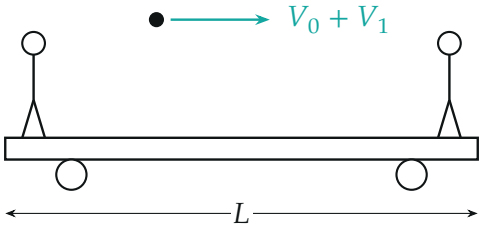
**Пункт 2.**

**2. Полёт в системе тележки.** Пока мяч летит, горизонтальных сил нет ни на мяч, ни на тележку: обе горизонтальные скорости постоянны. Перейдём в систему отсчёта тележки (она инерциальная — движется равномерно). В ней ловящий ученик неподвижен на расстоянии $L$ от точки броска, а мяч летит к нему с горизонтальной скоростью

$$V_{\text{отн}} = V_0 - V_{1x} = V_0 + \frac{m_1 V_0}{M + 2m} = V_0 \frac{M + 2m + m_1}{M + 2m}.$$

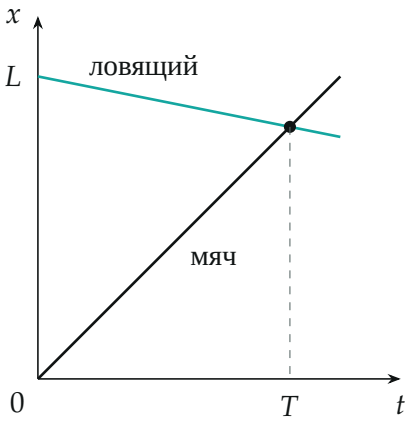
**3. Время полёта.** Мяч должен пролететь относительно тележки расстояние $L$:

$$T = \frac{L}{V_{\text{отн}}} = \frac{L(M+2m)}{V_0(M+2m+m_1)}.$$




*В системе отсчёта тележки она неподвижна, а мяч летит к ловящему с горизонтальной скоростью $V_0 + V_1$ и проходит расстояние $L$.*

**4. Второй способ — в системе земли.** Отсчитываем координаты от начального положения бросающего. Мяч: $x_{\text{м}} = V_0 t$. Ловящий ученик стоит на расстоянии $L$ от бросающего и едет со скоростью $-V_1$: $x_{\text{л}} = L - V_1 t$. Встреча: $V_0 T = L - V_1 T$, $T = \dfrac{L}{V_0 + V_1}$ — то же. На графике ниже это пересечение двух прямых (пример: $M+2m = 5m_1$, тогда $V_1 = V_0/5$ и $T = \frac{5}{6}\, L/V_0$).



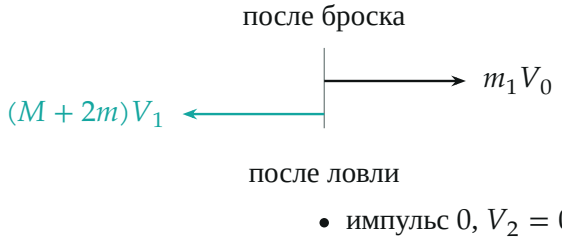
*Координаты мяча и ловящего ученика относительно земли (пример $V_1 = V_0/5$, построено по формулам): ловящий едет навстречу, и встреча наступает раньше, чем $L/V_0$.*

**Пункт 3.**

**5. Ловля.** Закон сохранения горизонтальной проекции импульса для той же системы от начала до момента после ловли: импульс был нулём и остаётся нулём. После ловли мяч в руках ученика, и все движутся с общей скоростью $V_2$:

$$0 = (M + 2m + m_1)V_2 \quad \Rightarrow \quad V_2 = 0.$$

Тележка останавливается: импульс мяча $m_1V_0$ при ловле в точности гасит импульс $-(M + 2m)V_1$, полученный тележкой при броске.




*Импульсы частей системы: после броска импульсы мяча и тележки равны по модулю и противоположны; после ловли всё вместе покоится.*

**Обратите внимание.** Время полёта не равно $L/V_0$: за время полёта тележка с ловящим сдвигается навстречу мячу на $V_1T$. Поэтому $V_0$ в условии дано именно относительно земли, а расстояние $L$ — относительно тележки.

**Проверка.** Размерности: $V_1$ — м/с, $T$ — $L/V_0$, секунды. Предел $m_1 \ll M + 2m$: тележка почти не откатывается, $V_1 \to 0$ и $T \to L/V_0$. Смысл: в замкнутой по горизонтали системе внутренние броски не могут разогнать её центр масс; после того как мяч вернулся в систему «тележка», она снова покоится.

**Ответ.** 1) $V_1 = \dfrac{m_1V_0}{M + 2m}$ (против направления полёта мяча); 2) $T = \dfrac{L(M + 2m)}{V_0(M + 2m + m_1)}$; 3) $V_2 = 0$.