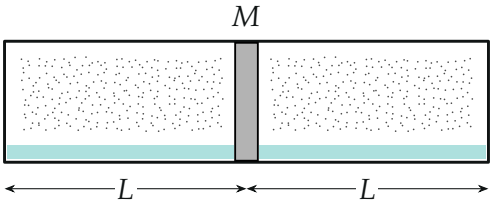
Вода и пар под поршнем в цилиндре

Задача 5. [Физтех 2019/20, 10 класс, задача 5] Поршень делит объём горизонтального герметичного цилиндра на две равные части, в каждой из которых находится вода и водяной пар при температуре $T = 373$ K. Масса воды в каждой части в 5 раз меньше массы пара. Поршень находится на расстоянии $L = 0{,}6$ м от торцов, площадь поперечного сечения поршня $S = 20$ см^2. Масса M поршня такова, что $\dfrac{Mg}{S} = 0{,}01\,P_0$, здесь P_0 — нормальное атмосферное давление.

1. Найдите массу m воды в каждой части в начальном состоянии.
2. Цилиндр ставят на дно. Найдите вертикальное перемещение h поршня к моменту установления равновесного состояния.

Температура в цилиндре поддерживается постоянной. Трение считайте пренебрежимо малым. Молярная масса водяного пара $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·K). Объём воды намного меньше объёма пара.



Поясняющий рисунок: в каждой половине — немного воды (бирюза) и пар; цилиндр лежит горизонтально.

▲ **Решение. Что происходит.** В каждой половине пар находится вместе с водой — значит, он насыщенный. При $T = 373$ K (100 °C) давление насыщенного водяного пара равно нормальному атмосферному P_0, и пока в отсеке есть вода, давление в нём остаётся P_0 при любом объёме: при сжатии пар конденсируется, при расширении вода испаряется. Когда цилиндр ставят на дно, поршень весом Mg должен держаться разностью давлений $0{,}01P_0$. Пока вода есть в обоих отсеках, давления равны P_0 и

поршень опускается; внизу пар конденсируется, вверху вода испаряется. Равновесие возможно, только когда вся вода сверху испарится и пар там станет ненасыщенным — дальше он ведёт себя как идеальный газ при постоянной температуре. Класс задачи: насыщенный пар, изотермический процесс, равновесие поршня.

Обозначения. $m_{\text{п}}$ — масса пара в каждом отсеке вначале ($m_{\text{п}} = 5m$); $V = SL$ — начальный объём отсека; $P_{\text{в}}$, $P_{\text{н}}$ — давления в верхнем и нижнем отсеках в конце; x — смещение поршня вниз.

Пункт 1. Уравнение Менделеева — Клапейрона для насыщенного пара в отсеке (объёмом воды пренебрегаем):

$$P_0 SL = \frac{m_{\text{п}}}{\mu} RT \quad \Longrightarrow \quad m_{\text{п}} = \frac{P_0 SL\mu}{RT},$$

$$m_{\text{п}} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 373} \approx 0{,}706 \text{ г}.$$

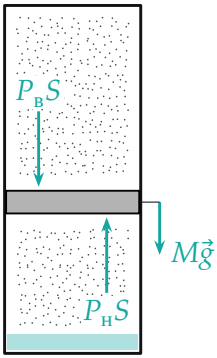
Воды в 5 раз меньше:

$$m = \frac{m_{\text{п}}}{5} = \frac{P_0 SL\mu}{5RT} \approx 0{,}14 \text{ г}.$$

Пункт 2.

1. Условие равновесия поршня. Цилиндр стоит вертикально. На поршень действуют сила тяжести Mg вниз, сила давления верхнего пара $P_{\text{в}}S$ вниз и нижнего $P_{\text{н}}S$ вверх. Первый закон Ньютона в проекции на вертикаль:

$$P_{\text{н}} S = P_{\text{в}} S + Mg \quad \Longrightarrow \quad P_{\text{н}} - P_{\text{в}} = \frac{Mg}{S} = 0{,}01 P_0.$$



Силы, действующие на поршень в вертикальном цилиндре (вид в конечном состоянии: вода только внизу).

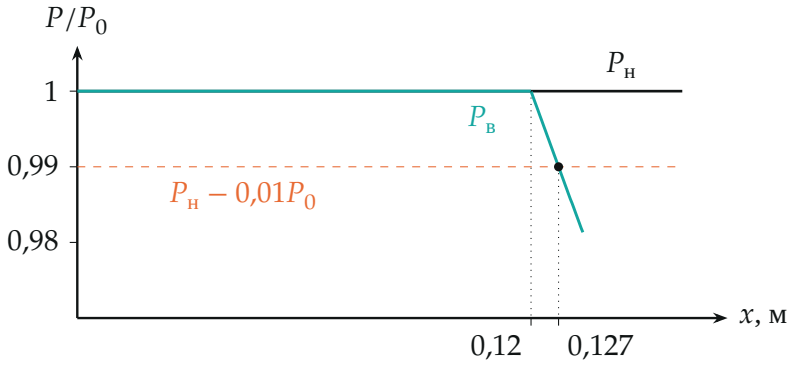
2. Почему вода должна вся испариться сверху. Пока в обоих отсеках есть вода, $P_н = P_в = P_0$, разность нулевая — поршень не держится и опускается. Нижний пар при этом сжимается и конденсируется (давление P_0 остаётся), а в верхний отсек испаряется вода. Внизу вода только прибывает, поэтому там $P_н = P_0$ до конца. Значит, равновесие наступит, когда $P_в = P_0 - 0{,}01P_0 = 0{,}99P_0$, — а это меньше давления насыщенного пара, то есть воды наверху уже нет, весь верхний пар ненасыщенный.

3. Верхний отсек. В нём весь пар и вся вода, что были, — масса $m_п + m = 1{,}2\,m_п$. Вода кончилась при объёме, где $1{,}2\,m_п$ пара имеют давление P_0, — при $V_1 = 1{,}2SL$, то есть поршень опустился на $0{,}2L = 0{,}12$ м. Дальше пар — ненасыщенный, закон Бойля — Мариотта ($T = \text{const}$, масса постоянна):

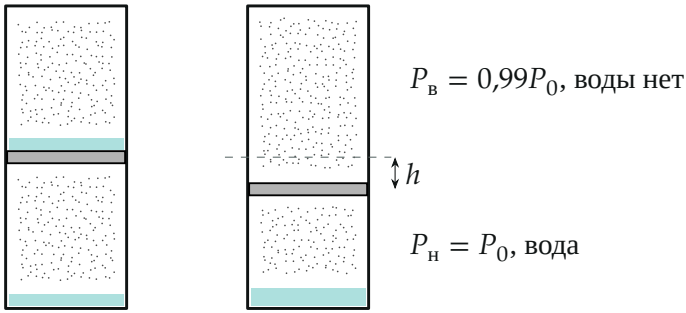
$$P_0 \cdot 1{,}2\,SL = 0{,}99P_0 \cdot S(L + h) \quad \Longrightarrow \quad L + h = \frac{1{,}2}{0{,}99}L,$$

$$h = L\Big(\frac{1{,}2}{0{,}99} - 1\Big) = \frac{0{,}21}{0{,}99}L = 0{,}212 \cdot 0{,}6 \approx 0{,}127 \text{ м}.$$

Поршень опустился примерно на 12,7 см.



Давления в отсеках при опускании поршня на x (ось давлений растянута): пока наверху есть вода, $P_в = P_0$; после $x = 0{,}2L$ верхний пар ненасыщенный и давление падает по закону Бойля — Мариотта. Равновесие — где $P_в = P_н - 0{,}01P_0$.



Цилиндр сразу после постановки и в равновесии (в масштабе): поршень опустился на $h \approx 0{,}127$ м, верхняя вода вся испарилась.

Обратите внимание: насыщенный пар не подчиняется закону Бойля — Мариотта: пока есть вода, давление не зависит от объёма. Поэтому сначала надо понять, в каком отсеке вода исчезнет, и только потом применять газовый закон к ненасыщенному пару.

Проверка. Размерность m: $\frac{\text{Па}\cdot\text{м}^3\cdot\text{кг/моль}}{\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}\cdot\text{К}} = \text{кг}$. Самосогласованность: $h = 0{,}127$ м больше $0{,}2L = 0{,}12$ м — вода наверху действительно кончилась раньше равновесия; внизу объём $S(L - h)$ уменьшился, часть

пара сконденсировалась ($0{,}21m_{\text{п}}$), вода есть — давление P_0 верно. Предел: при $M \to 0$ получилось бы $h = 0{,}2L$ — поршень останавливается ровно там, где наверху кончилась вода (дальше лишь безразличное равновесие).

Ответ. 1) $m = \dfrac{P_0 SL\mu}{5RT} \approx 0{,}14$ г; 2) $h = L\left(\dfrac{1{,}2}{0{,}99} - 1\right) \approx 0{,}127$ м.