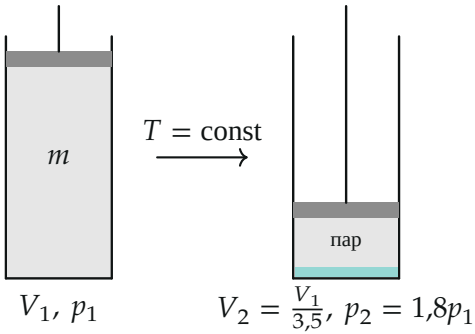
Изотермическое сжатие водяного пара

Задача 3. [Физтех 2020/21, 10 класс, варианты 10-01–10-02, задача 3] Водяной пар массой 3 г изотермически сжимают при температуре 81 °C. Объём пара уменьшился в 3,5 раза, а давление возросло в 1,8 раза. Давление насыщенного водяного пара при 81 °C равно $0{,}5\cdot10^5$ Па. Пар считать идеальным газом. Молярная масса пара $\mu = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. Найти начальное давление пара.
2. Найти конечный объём пара.



Поясняющий рисунок: пар под поршнем сжимают при постоянной температуре. В конце на дне — вода (бирюзовый слой), над ней — насыщенный пар.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на насыщенный пар и уравнение Менделеева–Клапейрона. Если бы пар оставался ненасыщенным, при изотермическом сжатии в 3,5 раза давление выросло бы тоже в 3,5 раза (закон Бойля–Мариотта). А оно выросло только в 1,8 раза. Значит, где-то по пути давление дошло до давления насыщенного пара $p_н$, пар начал конденсироваться, и дальше давление не росло: при данной температуре насыщенный пар не бывает плотнее. В конце пар насыщенный, $p_2 = p_н$.

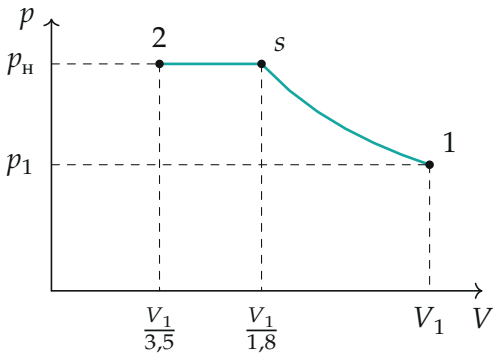
Обозначения. $m = 3$ г — масса пара в начале; $T = 273 + 81 = 354$ К; $p_н = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па; p_1, V_1 — начальные давление и объём; p_2, V_2 — конечные; m_2 — масса пара в конце.

Пункт 1.

1. Пар в конце насыщен. Проверим словами из «Что происходит» — от противного: пусть вся масса осталась паром. Тогда по закону Бойля–Мариотта $p_1V_1 = p_2V_2$ и $p_2/p_1 = V_1/V_2 = 3{,}5 \neq 1{,}8$. Противоречие: масса пара уменьшилась, часть сконденсировалась, и пар в конце насыщенный:

$$p_2 = p_\text{н} \quad \Rightarrow \quad p_1 = \frac{p_\text{н}}{1{,}8} = \frac{0{,}5 \cdot 10^5}{1{,}8} \approx 0{,}28 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Это меньше $p_\text{н}$ — в начале пар ненасыщенный, всё согласовано.



Изотерма в координатах p, V (по точкам $p = p_1V_1/V$). На участке $1 \to s$ пар ненасыщенный, давление растёт как у идеального газа; в точке s оно достигает $p_н$; на участке $s \to 2$ пар конденсируется при постоянном давлении.

Пункт 2.

2. Уравнение Менделеева–Клапейрона для начального пара. В начале весь пар m — идеальный газ:

$$p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{mRT}{\mu p_1} = \frac{1{,}8\,mRT}{\mu p_\text{н}}.$$

3. Конечный объём.

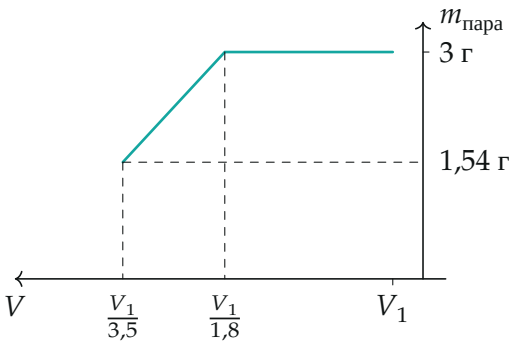
$$V_2 = \frac{V_1}{3{,}5} = \frac{1{,}8}{3{,}5} \cdot \frac{mRT}{\mu p_\text{н}} = \frac{1{,}8}{3{,}5} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 354}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5 \cdot 10^5} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 5{,}0 \text{ л}.$$

Под «объёмом пара» понимаем объём под поршнем; сконденсировавшаяся вода занимает около 1,5 см^3 — в тысячи раз меньше, ею пренебрегаем.

4. Сколько пара сконденсировалось. Уравнение Менделеева–Клапейрона для пара в конце, $p_н V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT$:

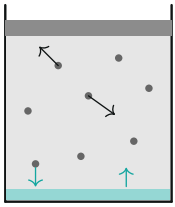
$$m_2 = \frac{\mu p_н V_2}{RT} = \frac{1{,}8}{3{,}5} m \approx 1{,}54 \text{ г}, \qquad m - m_2 \approx 1{,}46 \text{ г}.$$

Почти половина пара превратилась в воду.



Масса пара при сжатии (ось V направлена влево, сжатие идёт слева направо): до точки s она постоянна, на насыщенном участке $m_{пара} = \mu p_н V/(RT)$ убывает пропорционально объёму.

Обратите внимание. Закон Бойля–Мариотта применим только к пару неизменной массы. Писать $p_1 V_1 = p_2 V_2$ для всего процесса нельзя: из него вышло бы $p_2/p_1 = 3{,}5$, а не 1,8 — это и есть признак конденсации.



насыщенный пар: сколько молекул уходит в воду, столько вылетает из неё; при сжатии лишние остаются в воде

Динамическое равновесие пара и воды: давление насыщенного пара определяется только температурой, поэтому на участке $s \to 2$ оно постоянно.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{кг} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot \text{К}}{\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot \text{Па}} = \dfrac{\text{Дж}}{\text{Па}} = \text{м}^3$. Второй способ для V_2 — через точку s: насыщение наступает при $V_s = V_1/1{,}8$, и до неё вся масса m — пар при $p_\text{н}$: $V_s = \frac{mRT}{\mu p_\text{н}} \approx 9{,}8$ л, тогда $V_2 = V_s \cdot \frac{1{,}8}{3{,}5} \approx 5{,}0$ л — совпало.

Ответ. 1) $p_1 = \dfrac{p_\text{н}}{1{,}8} \approx 0{,}28\cdot10^5$ Па; 2) $V_2 = \dfrac{1{,}8}{3{,}5}\cdot\dfrac{mRT}{\mu p_\text{н}} \approx 5{,}0\cdot10^{-3}$ м^3 = 5,0 л.