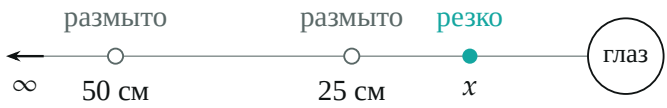
Очки близорукого человека

Задача 5. [Физтех 2020/21, 11 класс, задача 5] Очень близорукий человек с практически нулевым пределом аккомодации глаза реально не различает с расстояния 25 см буквы мелкого печатного текста. Он имеет очки для рассматривания удалённых предметов и очки для чтения текста с расстояния 25 см. Известно, что отношение оптических сил этих очков равно 2. Считать, что очки расположены вплотную к глазу.

1. С какого расстояния x человек может прочитать текст без очков? Найти оптическую силу его очков для рассматривания удалённых предметов.
2. Очки какой оптической силы потребуются этому человеку для работы на компьютере при рассматривании экрана с расстояния 50 см?



Поясняющий рисунок. Глаз без аккомодации видит резко только предметы, лежащие в одной точке на расстоянии x от него; всё ближе и дальше размыто.

▲ **Решение. Что происходит.** Предел аккомодации почти нулевой, поэтому у глаза одна точка резкого видения: ближняя и дальняя точки совпадают на расстоянии x от глаза. Очки нужны, чтобы глаз принимал нужный предмет (далёкий, текст, экран) за предмет, лежащий именно в этой точке. Для этого рассеивающая линза очков строит мнимое изображение предмета на расстоянии x от себя. Это единственное условие задачи: каждый вопрос — формула тонкой линзы с изображением в точке x.

Обозначения. d — расстояние от предмета до очков (очки вплотную к глазу, поэтому оно же — расстояние до глаза); D_1 — оптическая сила очков для дали ($d = \infty$), D_2 — очков для чтения ($d_0 = 25$ см), D_3 — очков для экрана ($d_К = 50$ см). Формула тонкой линзы: $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = D$,

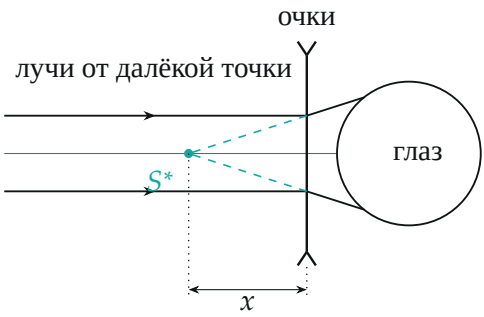
где f — расстояние до изображения, отрицательное, если оно мнимое. Мнимое изображение лежит с той же стороны от линзы, что и предмет, на расстоянии x, поэтому $f = -x$:

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{x}.$$

Пункт 1.

1. Очки для дали. Далёкий предмет даёт параллельный пучок: $d \to \infty$ и $1/d = 0$. Линза должна превратить его в пучок, расходящийся из точки x (рисунок): точка x — мнимый фокус линзы.

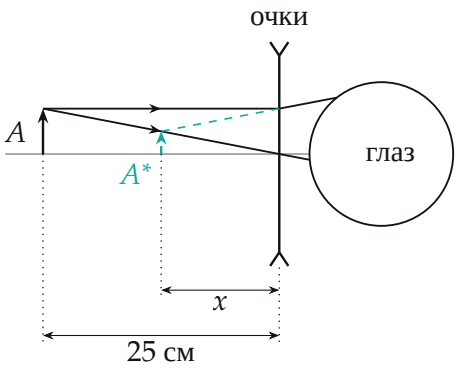
$$D_1 = -\frac{1}{x}.$$



Очки для дали: параллельные лучи после линзы расходятся так, будто идут из точки S на расстоянии x (бирюзовый пунктир).*

2. Очки для чтения. Текст лежит в $d_0 = 25$ см, изображение — там же, где и в первом случае, в x:

$$D_2 = \frac{1}{d_0} - \frac{1}{x}.$$



Очки для чтения: предмет A в 25 см, мнимое изображение A^* в x. Луч, идущий параллельно оси, после линзы расходится из её фокуса; луч через центр не преломляется; изображение — там, где продолжения лучей пересекаются.

3. Используем отношение сил. По условию $D_1 = 2D_2$:

$$-\frac{1}{x} = \frac{2}{d_0} - \frac{2}{x} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{d_0} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{d_0}{2} = 12{,}5 \text{ см}.$$

Тогда оптическая сила очков для дали

$$D_1 = -\frac{1}{x} = -\frac{1}{0{,}125 \text{ м}} = -8 \text{ дптр},$$

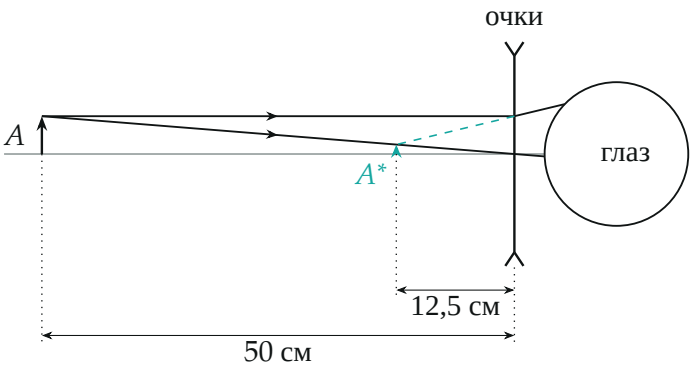
а для чтения $D_2 = \dfrac{1}{0{,}25} - 8 = -4$ дптр — ровно вдвое меньше по модулю, как и должно быть.

Второй способ. Вычтем из D_2 величину D_1: $D_2 - D_1 = 1/d_0 = 4$ дптр (изображение одно и то же, меняется только $1/d$). Из $D_1 = 2D_2$ следует $D_2 = D_1/2$, откуда $-D_1/2 = 4$ и $D_1 = -8$ дптр. Тот же результат.

Пункт 2.

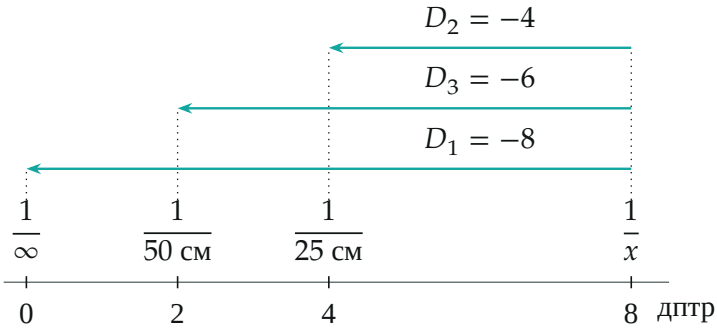
4. Очки для экрана. Экран в $d_\text{К} = 50$ см, изображение опять в x:

$$D_3 = \frac{1}{d_\text{К}} - \frac{1}{x} = \frac{1}{0{,}5 \text{ м}} - 8 \text{ дптр} = 2 - 8 = -6 \text{ дптр}.$$



Очки для экрана: предмет в 50 см, изображение в x, оно в четыре раза меньше предмета.

Обратите внимание: оптическая сила — величина со знаком. Мнимое изображение в x даёт отрицательную силу (рассеивающая линза); чем дальше предмет, тем она больше по модулю.



Все три пары очков на одной шкале: сила равна $1/d - 1/x$, то есть длине бирюзовой стрелки от $1/x = 8$ дптр до $1/d$ влево.

Проверка. Размерность: 1/м = дптр. Сила $D_3 = -6$ дптр лежит между $D_2 = -4$ и $D_1 = -8$ дптр: экран в 50 см дальше текста (25 см), но ближе бесконечности. Предельный случай: у нормального глаза $x \to \infty$, и все $D \to 0$ — очки не нужны. Смысл: без очков резко видно только на 12,5 см, а любую точку мира очки «подтягивают» на это расстояние.

Ответ. 1) $x = 12{,}5$ см; $D_1 = -8$ дптр (рассеивающие очки); 2) $D_3 = -6$ дптр.