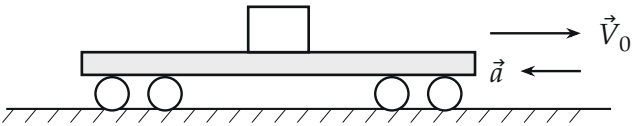
Коробка на тормозящей платформе

Задача 2. [Физтех 2020/21, 9 класс, задача 2] На железнодорожной платформе, движущейся по горизонтальному рельсовому пути с постоянной по величине и направлению скоростью $V_0 = 10$ м/с, стоит коробка. Внезапно начинается торможение, платформа движется по прямой до полной остановки с постоянным по величине ускорением $a = 2$ м/с^2. Коробка, в свою очередь, перемещается относительно платформы на $S = 12$ м и останавливается. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Коробка движется по горизонтальной прямой.

1. Найдите тормозной путь L платформы.
2. Найдите коэффициент μ трения скольжения коробки.
3. В течение какого времени T скорость коробки в системе отсчёта, связанной с платформой, увеличивалась?
4. Найдите наибольшую скорость $U_{\max}$ коробки относительно платформы.

Рисунка в условии нет. Поясняющий рисунок:



Платформа с коробкой едет вправо и начинает тормозить; ускорение платформы направлено против скорости.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на относительное движение с трением. До торможения коробка едет вместе с платформой. Платформа тормозит с ускорением $a = 2$ м/с^2, а коробку может тормозить только сила трения о пол платформы, и она даёт ускорение не больше μg. Если $\mu g < a$, платформа «уходит из-под» коробки назад: коробка скользит вперёд относительно платформы, трение скольжения направлено назад и тормозит её с ускорением μg. Это и происходит — коробка сместилась на S. Качественная картина: пока платформа тормозит быстрее коробки, относительная скорость растёт; платформа остановилась — коробка

продолжает тормозиться трением, и относительная скорость падает до нуля. Удобно рассуждать в системе отсчёта Земли: оба тела движутся равнозамедленно, каждое со своим ускорением.

Обозначения. Ось x — по скорости $\vec{V}_0$; $b = \mu g$ — модуль ускорения коробки; $v_{\text{п}}(t)$, $v_{\text{к}}(t)$ — скорости платформы и коробки относительно Земли; $u = v_{\text{к}} - v_{\text{п}}$ — скорость коробки относительно платформы; время t отсчитываем от начала торможения.

Пункт 1.

1. Тормозной путь платформы. Равнозамедленное движение до остановки: из $v^2 - V_0^2 = -2aL$ при $v = 0$

$$L = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{100}{4}\ \text{м} = 25\ \text{м}.$$

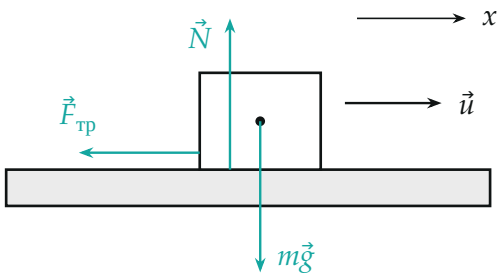
Время торможения платформы $t_{\text{п}} = V_0/a = 5$ с.

Пункт 2.

2. Силы, действующие на коробку. Коробка скользит вперёд относительно платформы, поэтому сила трения скольжения направлена назад, против относительной скорости, и равна μN; по вертикали $N = mg$ (коробка не движется вверх-вниз). Второй закон Ньютона в проекции на ось x:

$$mb_x = -\mu mg \quad \Rightarrow \quad b = \mu g.$$

Это ускорение коробки относительно Земли — и пока платформа тормозит, и после её остановки: сила трения скольжения не зависит от того, как движется пол, лишь бы коробка по нему скользила вперёд.



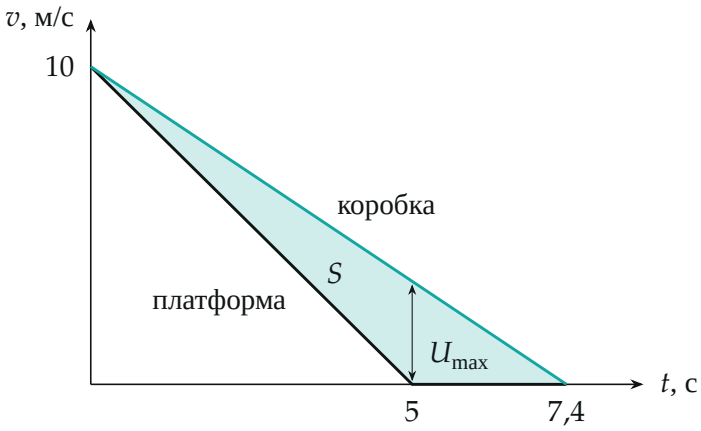
Силы, действующие на коробку. Коробка скользит вперёд относительно пола ($\vec{u}$), поэтому трение направлено назад.

3. Путь коробки и μ. Коробка тормозится с постоянным ускорением b от V_0 до нуля и проходит относительно Земли $L_к = \dfrac{V_0^2}{2b}$. Платформа прошла L, коробка обогнала её на S (в конце обе стоят, и смещение относительно платформы — разность путей относительно Земли):

$$L_к = L + S \quad \Rightarrow \quad \frac{V_0^2}{2\mu g} = L + S,$$

$$\mu = \frac{V_0^2}{2g(L+S)} = \frac{100}{2 \cdot 10 \cdot 37} = \frac{5}{37} \approx 0{,}135.$$

Тогда $b = \mu g \approx 1{,}35$ м/с$^2 < a$ — коробка действительно проскальзывает, как мы предположили. Коробка останавливается через $t_к = V_0/b = 7{,}4$ с.



Скорости относительно Земли (вычислены): платформа (чёрная) тормозит с $a = 2$ м/с^2, коробка (бирюзовая) — с $\mu g \approx 1{,}35$ м/с^2. Площади под графиками — пути $L = 25$ м и $L + S = 37$ м; закрашенная разность — $S = 12$ м. Наибольший разрыв скоростей — в момент остановки платформы.

Пункт 3.

4. Относительная скорость. Пока платформа тормозит ($0 \le t \le 5$ с):

$$u = v_к - v_п = (V_0 - bt) - (V_0 - at) = (a - b)\,t$$

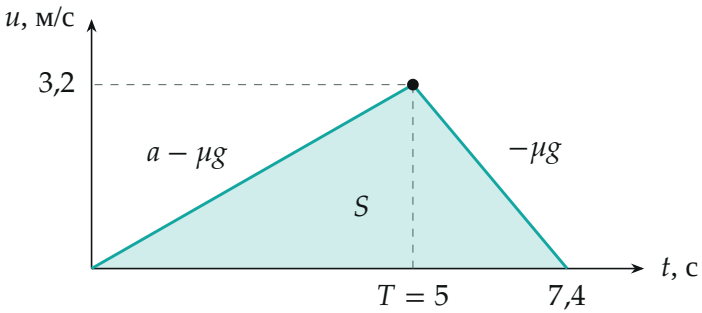
— растёт, потому что платформа замедляется быстрее коробки ($a > b$). После остановки платформы ($v_п = 0$) $u = v_к = V_0 - bt$ — убывает. Значит, относительная скорость росла ровно всё время торможения платформы:

$$T = \frac{V_0}{a} = 5 \text{ с}.$$

Пункт 4.

5. Наибольшая относительная скорость — в момент $t = T$, когда рост сменяется убыванием:

$$U_{max} = (a - \mu g)\,T = V_0\left(1 - \frac{\mu g}{a}\right) = 10\left(1 - \frac{1{,}35}{2}\right) \text{ м/с} \approx 3{,}2 \text{ м/с}.$$



Скорость коробки относительно платформы. Наклоны — относительные ускорения $a - \mu g$ (пока платформа тормозит) и $-\mu g$ (после её остановки). Площадь треугольника — смещение S.

6. Проверка смещения. Площадь треугольника под графиком $u(t)$ — смещение коробки относительно платформы:

$$S = \frac{1}{2}\,U_{max} \cdot t_к = \frac{1}{2} \cdot 3{,}24 \cdot 7{,}4 \text{ м} \approx 12 \text{ м},$$

что совпадает с условием — найденное μ верно.

Обратите внимание. Ускорение коробки μg одинаково и до, и после остановки платформы: трение скольжения зависит от скорости коробки *относительно пола* только по направлению, а она всё время вперёд. А вот относительное ускорение меняется скачком в момент T: с $a - \mu g$ на $-\mu g$.

Проверка. Размерность $\mu = \dfrac{V_0^2}{2g(L+S)}$: $\dfrac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}}$ — безразмерно. Предел: при $\mu g \to a$ коробка не скользит, $U_{\max} \to 0$, $S \to 0$; при $\mu \to 0$ коробка не тормозится и $U_{\max} \to V_0$. Смысл: относительная скорость растёт, пока платформа тормозит сильнее коробки, и максимальна в момент остановки платформы.

Ответ. 1) $L = \dfrac{V_0^2}{2a} = 25$ м; 2) $\mu = \dfrac{V_0^2}{2g(L+S)} \approx 0{,}135$; 3) $T = \dfrac{V_0}{a} = 5$ с; 4) $U_{\max} = V_0\left(1 - \dfrac{\mu g}{a}\right) \approx 3{,}2$ м/с.