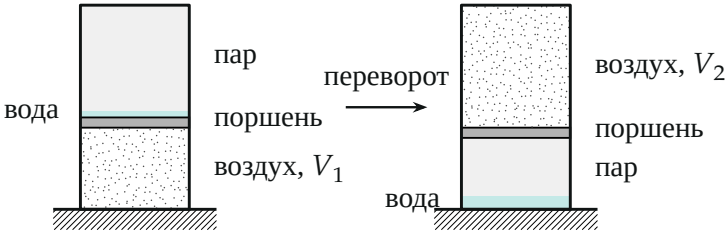
Сосуд с поршнем, воздух и насыщенный пар при переворачивании

Задача 2. [Физтех 2021/22, 11 класс, задача 2] Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещён в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373$ К. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделён на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объёмом V_1, в верхней — водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создаёт добавочное давление $P_0/5$, где P_0 — нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

1. Найти объём V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
2. Найти изменение массы Δm воды.
3. Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L, молярная масса воды μ. Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объёмом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объёмом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.



Поясняющий рисунок: сосуд до и после переворачивания (объёмы воздуха и воды условно увеличены для наглядности).

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на насыщенный пар по схеме «предположение, затем проверка». Пока в сосуде есть вода, пар насыщенный: при постоянной температуре его давление не зависит от объёма — пар может только конденсироваться или испаряться. Температу-

ра $T_0 = 373$ К — температура кипения воды при нормальном давлении, поэтому давление насыщенного пара равно P_0. Давление воздуха находим из равновесия поршня (пункт 1), объём воздуха — из закона Бойля—Мариотта (изотерма, масса воздуха не меняется). Воздух расширился на $V_1/2$, и пар сжался на столько же: сконденсировался в воду (пункт 2). Энергию находим для той порции пара, которая стала водой (пункт 3).

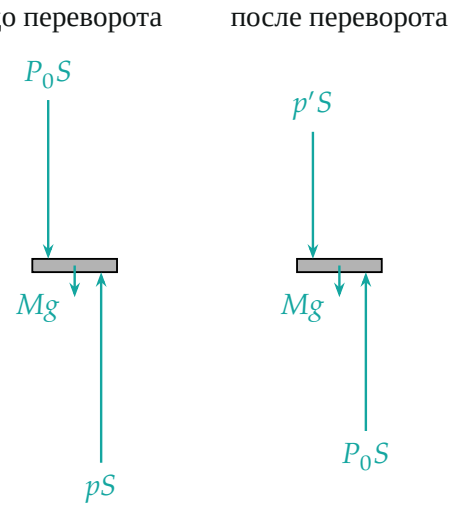
Обозначения. S — площадь поршня, M — его масса, по условию $Mg/S = P_0/5$. p и p' — давление воздуха до и после переворачивания. $V_\text{п}$ — объём, занятый паром (и водой), до переворачивания.

Пункт 1.

1. Давление пара. Температура всё время T_0, вода в сосуде есть, поэтому пар насыщенный, и его давление равно P_0 в обоих положениях. Что вода останется, проверим в пункте 2.

2. Давление воздуха из равновесия поршня. Поршень стоит неподвижно, поэтому сумма сил на него равна нулю. Это условие позволяет найти давление воздуха, не зная ничего о процессе переворота.

До переворота воздух снизу: вверх на поршень давит воздух с силой pS, вниз — пар с силой P_0S и вес Mg. После переворота воздух сверху: вниз давят воздух с силой $p'S$ и вес, вверх — пар с силой P_0S.



Силы на поршень в двух положениях; $Mg = P_0S/5$. Длины стрелок — по расчёту: в обоих случаях силы вверх и вниз уравновешены.

Запишем условие равновесия поршня в проекции на вертикаль:

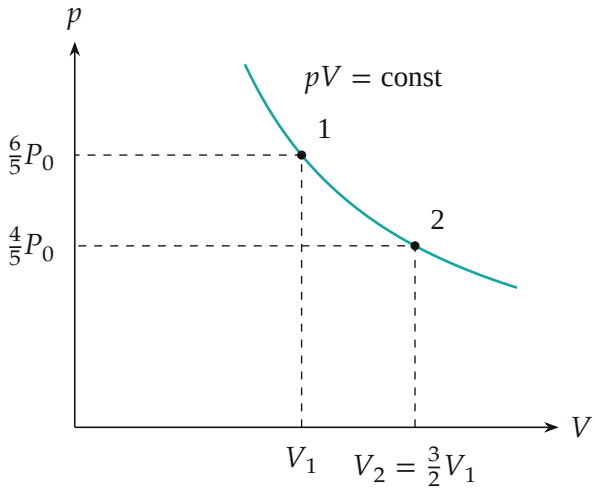
$$pS = P_0S + Mg \;\Rightarrow\; p = P_0 + \frac{P_0}{5} = \frac{6}{5}P_0,$$
$$p'S + Mg = P_0S \;\Rightarrow\; p' = P_0 - \frac{P_0}{5} = \frac{4}{5}P_0.$$

Давление воздуха уменьшилось: раньше воздух держал вес поршня, теперь вес давит на воздух сверху, а пар держит поршень снизу.

3. Закон Бойля—Мариотта для воздуха между двумя состояниями. Температура воздуха равна T_0 в обоих, масса воздуха не менялась (поршень скользит без трения и не пропускает газ):

$$pV_1 = p'V_2 \;\Rightarrow\; V_2 = \frac{6/5}{4/5}V_1 = \frac{3}{2}V_1.$$

Воздух расширился на $V_1/2$. Проверка: при $Mg \to 0$ давления равны P_0 и $V_2 = V_1$, как и должно быть, если нечему менять давление воздуха.



Изотерма воздуха при T_0: состояние 1 — до переворота, состояние 2 — после.

Пункт 2.

4. Куда делся объём. Полный объём сосуда не меняется. Воздух занял на $V_1/2$ больше, значит, пар (вместе с водой) занимает на $V_1/2$ меньше. Давление насыщенного пара остаётся равным P_0 при меньшем объёме, только если часть пара превратилась в воду: плотность насыщенного пара при T_0 постоянна, и сжатие не повышает его давление, а превращает пар в воду. Пусть Δm — масса сконденсировавшегося пара; она же — прибавка массы воды. Объёмом воды пренебрегаем.

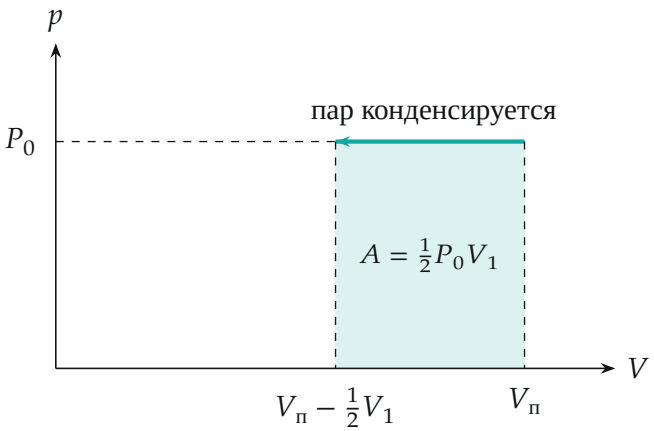
5. Уравнение Клапейрона—Менделеева для пара. Применим его к пару до и после, давление P_0 и температура T_0 одни и те же:

$$P_0 V_\text{п} = \frac{m_\text{п}}{\mu} R T_0, \qquad P_0 (V_\text{п} - \tfrac{1}{2} V_1) = \frac{m_\text{п} - \Delta m}{\mu} R T_0.$$

Вычитаем из первого второе: $P_0 \cdot \frac{1}{2} V_1 = \frac{\Delta m}{\mu} R T_0$. Отсюда

$$\Delta m = \frac{\mu P_0 V_1}{2 R T_0}.$$

Знак: $\Delta m > 0$, воды стало больше. Значит, вода была и остаётся, и предположение о насыщенном паре верно.



Пар при T_0 и P_0: его объём уменьшается на $V_1/2$ при постоянном давлении.

Площадь закрашенного прямоугольника — работа A, совершённая над паром.

Пункт 3.

6. Что изменилось в содержимом. Воздух — идеальный газ при той же температуре: его внутренняя энергия не изменилась. Оставшийся пар и вода, которая была, не изменили ни температуры, ни плотности, а значит, и удельной энергии. Изменилась только энергия порции пара массой Δm, ставшей водой.

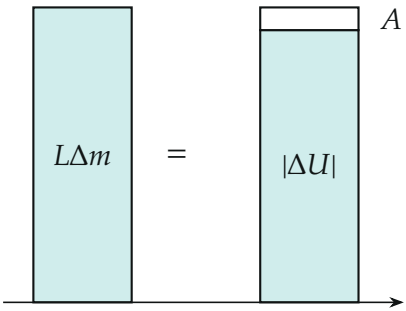
7. Первый закон термодинамики для этой порции. За время перехода она отдала термостату теплоту $L\Delta m$: удельная теплота парообразования L определена при постоянной температуре и постоянном давлении, и при конденсации выделяется столько же. Одновременно давление P_0 сжимало пар на $V_1/2$, то есть над порцией совершена работа $A = P_0 \cdot \frac{1}{2}V_1$ (рисунок выше). Поэтому

$$\Delta U = -L\Delta m + A = -L\Delta m + \frac{1}{2}P_0V_1.$$

Подставляем Δm из пункта 2 и выносим множитель:

$$\Delta U = -\frac{1}{2}P_0V_1\left(\frac{L\mu}{RT_0} - 1\right) < 0.$$

Знак «минус»: внутренняя энергия содержимого уменьшилась, потому что $L\mu/(RT_0) > 1$ (для воды около 13). Эту же формулу можно записать как $\Delta U = -\Delta m(L - RT_0/\mu)$: из теплоты парообразования вычитается работа RT_0/μ, которую совершает один килограмм пара, расширяясь при испарении; на внутреннюю энергию идёт остаток.



Энергетический баланс при конденсации в масштабе для воды: отданная термостату теплота $L\Delta m$ складывается из убыли внутренней энергии $|\Delta U|$ и работы A над паром (A около 8 % от $L\Delta m$).

Проверка. Размерности: P_0V_1 — энергия, $L\mu/(RT_0)$ безразмерно, Δm — масса. Предел: если вес поршня не создаёт добавочного давления (добавка εP_0 с $\varepsilon \to 0$), то $V_2 = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}V_1 \to V_1$, и Δm, ΔU стремятся к нулю. При $\varepsilon = 1/5$ получаем $V_2 = \frac{3}{2}V_1$ и $\Delta m \propto \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon} = \frac{1}{2}$, как выше. Численный пример: $V_1 = 1$ л, $P_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па, $L = 2{,}26$ МДж/кг, $\mu = 0{,}018$ кг/моль дают $\Delta m \approx 0{,}29$ г и $\Delta U \approx -0{,}61$ кДж, то есть $|\Delta U| \approx 12\,A$. Смысл: переворот заставил воздух отнять у пара объём; пар не может повысить давление, поэтому отдаёт энергию термостату и превращается в воду.

Ответ. 1) $V_2 = \dfrac{3}{2}V_1$; 2) $\Delta m = \dfrac{\mu P_0 V_1}{2RT_0}$ (воды стало больше); 3) $\Delta U = -\dfrac{1}{2}P_0V_1\left(\dfrac{L\mu}{RT_0} - 1\right) < 0$.