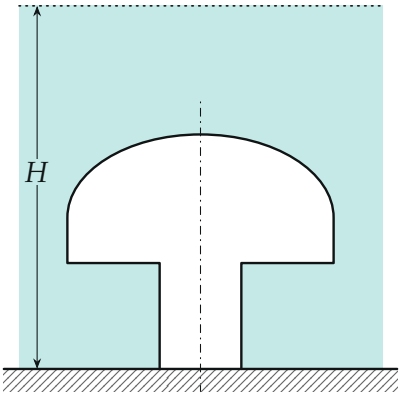
Конструкция, приклеенная ко дну бассейна

Задача 5. [Физтех 2021/22, 9 класс, варианты 9-01–9-02, задача 5] Ко дну бассейна глубиной $H = 2{,}5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции — полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Найдите давление P_1 вблизи дна.
2. Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



▲ **Решение. Что происходит.** Давление в покоящейся воде растёт с глубиной: у дна к атмосферному добавляется вес столба воды. Сила, с которой вода действует на тело, — это сумма сил давления на все смоченные части его поверхности. Если бы вода омывала конструкцию со всех сторон, сумма была бы силой Архимеда $\rho V g$ вверх. Но снизу, на площадке S, воды нет — там клей. Значит, к силе Архимеда надо добавить «недостающую» силу: ту, что вода создала бы на площадке S снизу, взятую с обратным знаком. Это задача на гидростатическое давление и метод «дополнить до полностью погружённого тела».

Обозначения. Ось y — вертикально вверх. $F_\text{A} = \rho V g$ — сила Архимеда, $F_1 = P_1 S$ — сила давления, которая действовала бы на площадку

S снизу, если бы под ней была вода. $\vec{F}$ — искомая сила воды на конструкцию.

Пункт 1.

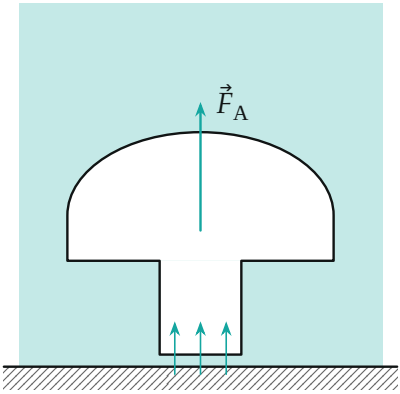
1. Гидростатическое давление на глубине H. На поверхность воды давит атмосфера, а с глубиной давление растёт на $\rho g H$:

$$P_1 = P_0 + \rho g H = 100\ \text{кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2{,}5\ \text{Па} = 125\ \text{кПа}.$$

Пункт 2.

2. Мысленный опыт: конструкция целиком в воде. Отклеим конструкцию и представим, что вода есть и под площадкой S. Тогда сумма сил давления воды на всю поверхность — сила Архимеда: вода «не отличает» конструкцию от такого же объёма воды, а он покоится, значит, его вес уравновешен:

$$\vec{F}_\text{A}: \qquad F_{\text{A}y} = +\rho V g = 1000 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 80\ \text{Н}.$$



Мысленный опыт: вода и под площадкой S (зазор показан утрированно). Тогда сумма сил давления — сила Архимеда $\vec{F}_A$ вверх; в неё входит и давление снизу на площадку.

3. Что меняет клей. В действительности под площадкой S воды нет, и сила $F_1 = P_1 S$, направленная вверх, из суммы выпадает. Остальная

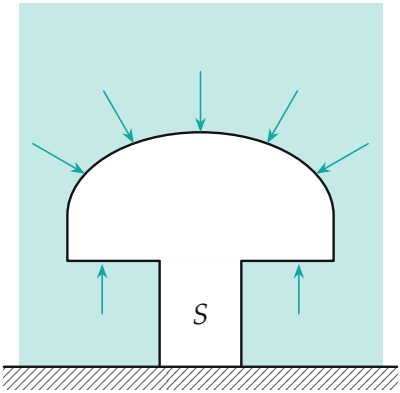
поверхность смочена так же, как в мысленном опыте. Поэтому в проекции на ось y

$$F_\text{A} = F_y + F_1 \quad \Rightarrow \quad F_y = F_\text{A} - F_1 = \rho V g - P_1 S.$$

4. Числа. $F_1 = P_1 S = 125 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 250$ Н:

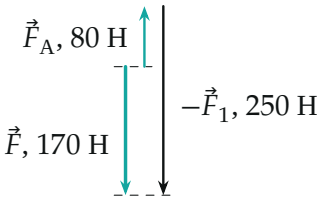
$$F_y = 80 - 250 = -170 \text{ Н}.$$

Знак минус — сила направлена вниз, против оси y: вода прижимает конструкцию ко дну с силой $F = 170$ Н. В общем виде $F = P_0 S + \rho g(HS - V)$.



В действительности вода давит на купол (вниз и вбок) и на нижнюю кромку шляпки (вверх), а снизу на площадку S не давит: там клей.

5. Векторная сумма. Сила воды — это сила Архимеда минус «недостающая» сила на площадке: $\vec{F} = \vec{F}_\text{A} - \vec{F}_1$.



Сложение сил (длины стрелок в одном масштабе): 80 *Н вверх и* 250 *Н вниз дают* 170 *Н вниз.*

Обратите внимание. Нельзя забывать атмосферное давление: без него получилось бы $F_y = \rho V g - \rho g H S = 80 - 50 = 30$ Н *вверх* — неверно. Атмосфера давит на воду, вода — на конструкцию сверху, а снизу под клеем атмосферного давления нет.

Проверка. Размерность: $P_0 S$ и $\rho g H S$ — Па·м^2 = Н. Предел: $S \to 0$ (конструкция почти не касается дна) — $F_y \to +\rho V g$, то есть сила Архимеда вверх, как и должно быть. Смысл: большое давление у дна на площадке клея «не работает», и вода вжимает конструкцию в дно сильнее, чем выталкивает.

Ответ. 1) $P_1 = P_0 + \rho g H = 125$ кПа; 2) $F = P_1 S - \rho V g = P_0 S + \rho g (H S - V) = 170$ Н, направлена вниз.