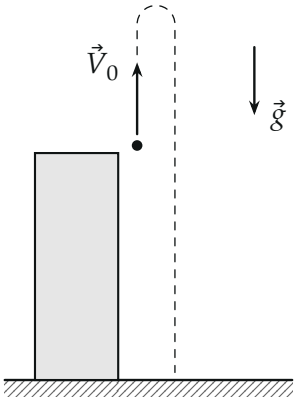
# Камень с башни, скорость $2V_0$

**Задача 1.** [Физтех 2021/22, 9 класс, варианты 9-03–9-04, задача 1] С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

1. Через какое время $t$ после броска величина скорости камня будет равна $2V_0$?
2. Найдите путь $S$, пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости $2V_0$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Сопротивление воздуха не учитывать.




*Поясняющий рисунок: камень брошен вверх с башни, поднимается, затем пролетает мимо края башни и падает на землю (подъём и спуск разнесены по горизонтали).*

▲ **Решение.** **Что происходит.** Камень движется только под действием силы тяжести, с постоянным ускорением $\vec{g}$ вниз. На подъёме модуль скорости меньше $V_0$, в точке броска на спуске он снова равен $V_0$ (по закону сохранения энергии), и только дальше, ниже края башни, растёт. Поэтому скорость $2V_0$ камень имеет один раз — при падении вниз, ниже точки броска. Путь — это не перемещение: подъём и спуск складываются.

**Обозначения.** Ось $y$ — вертикально вверх, начало — в точке броска, $t = 0$ — момент броска. $v_y$ — проекция скорости, $H_{\max}$ — высота подъёма над точкой броска, $t_в$ — момент прохождения верхней точки.

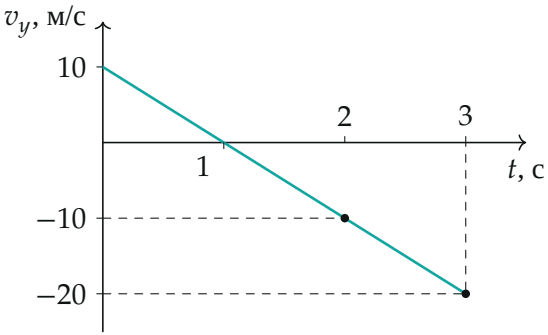
**Пункт 1.**

**1. Закон изменения скорости при равноускоренном движении.** $\vec{v} = \vec{V}_0 + \vec{g}\,t$; в проекции на ось $y$ ($V_{0y} = V_0$, $g_y = -g$):

$$v_y = V_0 - gt.$$

**2. Когда модуль равен $2V_0$.** Вверх камень летит с $v_y \le V_0$, поэтому $|v_y| = 2V_0$ возможно только при $v_y = -2V_0$ (знак минус — скорость направлена вниз):

$$-2V_0 = V_0 - gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{3V_0}{g} = \frac{3 \cdot 10}{10} = 3 \text{ с}.$$




*Проекция скорости $v_y = V_0 - gt$. В $t = 2$ с камень снова у края башни со скоростью $V_0$ вниз; модуль $2V_0 = 20$ м/с — только в $t = 3$ с.*

**Пункт 2.**

**3. Подъём: закон сохранения механической энергии от броска до верхней точки.** В верхней точке скорость равна нулю:

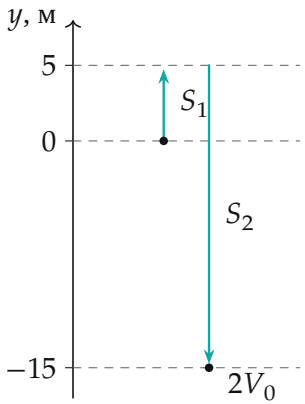
$$\frac{mV_0^2}{2} = mgH_{\max} \quad \Rightarrow \quad S_1 = H_{\max} = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{100}{20} = 5 \text{ м}.$$

**4. Падение: закон сохранения энергии от верхней точки до момента $t$.** Камень начинает падать с нуля и набирает скорость $2V_0$:

$$mgS_2 = \frac{m(2V_0)^2}{2} \quad \Rightarrow \quad S_2 = \frac{(2V_0)^2}{2g} = \frac{400}{20} = 20 \text{ м}.$$

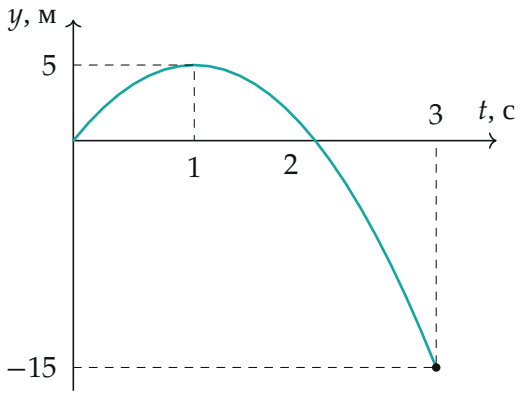
**5. Путь.** На каждом из этапов камень не меняет направления, поэтому путь — сумма длин этапов:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{V_0^2}{2g} + \frac{4V_0^2}{2g} = \frac{5V_0^2}{2g} = 25 \text{ м}.$$




*Путь — вверх на $S_1 = 5$ м и вниз на $S_2 = 20$ м. Перемещение при этом $-15$ м: камень на 15 м ниже точки броска.*

**6. Второй способ — закон движения.** $y = V_0t - gt^2/2$. При $t = 3$ с: $y = 30 - 45 = -15$ м, то есть камень на 15 м ниже точки броска; добавив дважды пройденные 5 м подъёма, получаем путь $15 + 2 \cdot 5 = 25$ м. Совпало.




*Координата камня $y(t)$ по точкам закона движения: вершина 5 м в $t = 1$ с, возврат к краю башни в $t = 2$ с, $y = -15$ м в $t = 3$ с.*

**Обратите внимание.** Путь не равен модулю перемещения: $|y(3\text{ с})| = 15$ м, а $S = 25$ м — камень 5 м поднялся и эти же 5 м спустился.

**Проверка.** Размерности: $V_0/g$ — с, $V_0^2/g$ — м. Скорость: $v_y(3\text{ с}) = 10 - 30 = -20$ м/с, модуль $2V_0$. Энергия: от броска до момента $t$ кинетическая энергия выросла в 4 раза, $\frac{m(2V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg \cdot 15$, и 15 м — ровно опускание ниже точки броска. Смысл: скорость, вдвое большая начальной, означает, что камень опустился ниже точки броска на $3V_0^2/(2g)$.

**Ответ.** 1) $t = \dfrac{3V_0}{g} = 3$ с; 2) $S = \dfrac{5V_0^2}{2g} = 25$ м.