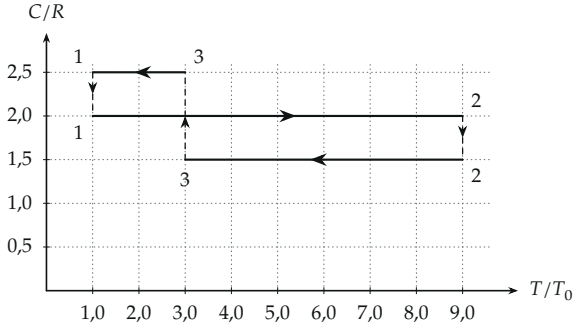
Подъёмник на тепловой машине

Задача 4. [Физтех 2024/25, 10 класс, варианты 10-01–10-04, задача 4] Подъёмник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 2$ моль одноатомного идеального газа участвуют в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоёмкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 300$ К.

1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0,\ V/V_0)$, здесь P_0, V_0 — давление и объём газа в состоянии 1.
2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?
3. На какую высоту H подъёмник медленно переместит груз массой $M = 150$ кг за $N = 10$ циклов тепловой машины?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъёмника.



▲ **Решение.** **Что происходит.** По значению C узнаём вид процесса: у одноатомного газа $C_V = \frac{3}{2}R$ (изохора), $C_P = \frac{5}{2}R$ (изобара), а $C = 2R$ — особый процесс, его найдём из первого начала. Затем по циклу в (P, V) находим теплоту и работу (площадь), а подъёмник берёт половину работы. Класс задачи: цикл, заданный теплоёмкостью.

Обозначения. Состояние 1: P_0, V_0, T_0, при этом $P_0V_0 = \nu RT_0$. C — молярная теплоёмкость: на малое изменение температуры dT газ полу-

чает $\delta Q = \nu C\,dT$. Для малого шага первое начало: $\delta Q = \nu C_V\,dT + P\,dV$, а уравнение состояния в малых приращениях: $P\,dV + V\,dP = \nu R\,dT$.

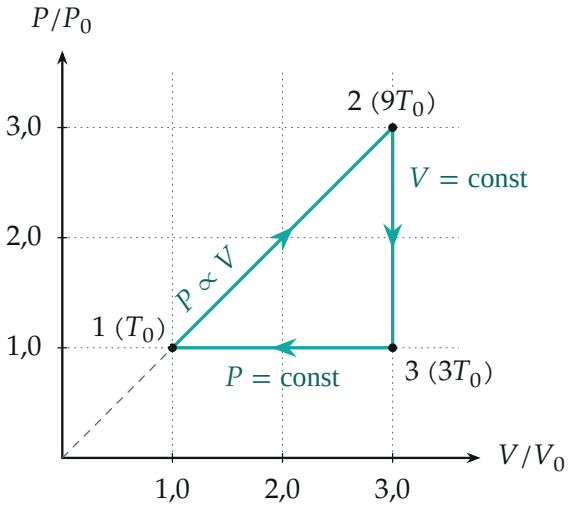
Пункт 1.

1. Участок 2–3: $C = \frac{3}{2}R = C_V$**.** Тогда $\nu C\,dT = \nu C_V\,dT + P\,dV$ даёт $P\,dV = 0$: объём не меняется, процесс изохорный.

2. Участок 3–1: $C = \frac{5}{2}R$**.** Из первого начала $P\,dV = \nu(C - C_V)\,dT = \nu R\,dT$. Сравним с $P\,dV + V\,dP = \nu R\,dT$: получается $V\,dP = 0$, давление постоянно, процесс изобарный. T падает — объём уменьшается.

3. Участок 1–2: $C = 2R$**.** Теперь $P\,dV = \nu(2R - \frac{3}{2}R)\,dT = \frac{1}{2}\nu R\,dT$, то есть $\nu R\,dT = 2P\,dV$. Подставим в уравнение состояния: $P\,dV + V\,dP = 2P\,dV$, откуда $V\,dP = P\,dV$, или $\dfrac{dP}{P} = \dfrac{dV}{V}$. Значит $P/V = \text{const}$: давление пропорционально объёму, на графике (V, P) это прямая, проходящая через начало координат.

4. Координаты точек. Точка 1: $(V_0;\, P_0)$. На прямой $P \propto V$ температура $T \propto PV \propto V^2$. В точке 2 температура $9T_0$, поэтому $V_2 = 3V_0$ и $P_2 = 3P_0$. Точка 3: изохора из точки 2, $V_3 = 3V_0$, температура $3T_0$, то есть в три раза меньше, чем в 2 при том же объёме: $P_3 = P_0$. Изобара $P = P_0$ действительно замыкает цикл в точке 1.



Цикл в координатах $(V/V_0,\ P/P_0)$. Пунктир — продолжение прямой $P \propto V$

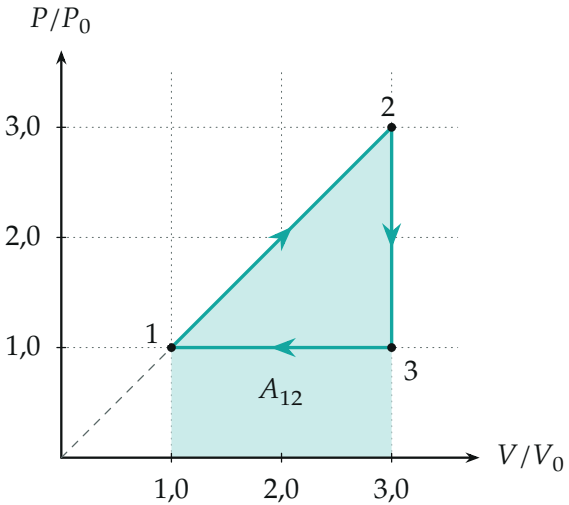
до начала координат. В скобках — температуры в точках. Цикл идёт по часовой стрелке, поэтому работа газа за цикл положительна.

Пункт 2.

5. Где газ расширяется. Только на участке 1–2. Там $C = 2R > 0$ и T растёт, поэтому $\delta Q > 0$ на всём участке.

6. Теплота. Теплоёмкость на участке постоянна:

$$Q_1 = \nu C\,\Delta T = \nu \cdot 2R \cdot (9T_0 - T_0) = 16\,\nu R T_0 \approx 79{,}8\ \text{кДж}.$$

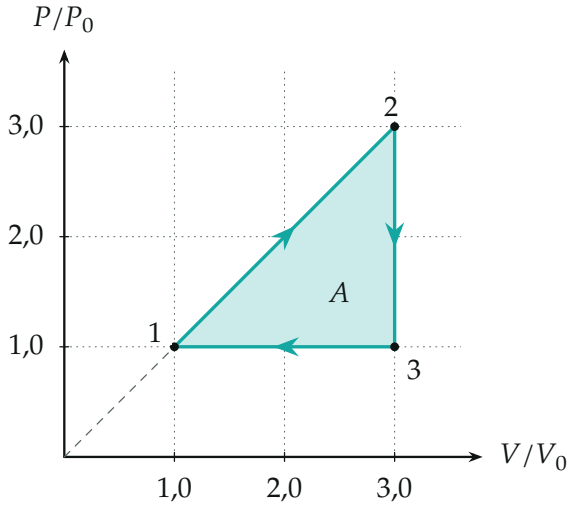


Работа газа на участке 1–2 — площадь трапеции под прямой: $A_{12} = \frac{1}{2}(P_0 + 3P_0) \cdot 2V_0 = 4P_0V_0$.

Пункт 3.

7. Работа за цикл равна площади цикла в координатах (V, P) — прямоугольного треугольника с катетами $2V_0$ (по V) и $2P_0$ (по P):

$$A = \frac{1}{2} \cdot 2V_0 \cdot 2P_0 = 2P_0V_0 = 2\nu R T_0.$$



Площадь треугольника $1 \to 2 \to 3 \to 1$ *— работа газа за цикл.*

8. Подъём. Груз поднимают медленно, кинетическая энергия не меняется, и половина работы газа за N циклов идёт в потенциальную энергию груза:

$$\frac{1}{2} N \cdot 2\nu R T_0 = MgH \quad \Rightarrow \quad H = \frac{N\nu R T_0}{Mg} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{150 \cdot 10}\ \text{м} \approx 33\ \text{м}.$$

Обратите внимание: 1) график $C(T)$ — не диаграмма (P, V): горизонтальная линия на нём не значит «P постоянно», вид процесса определяют по значению C (C_V, C_P или иное); 2) теплота подводится только на расширении 1–2, на остальных участках она отводится ($C > 0, \Delta T < 0$).

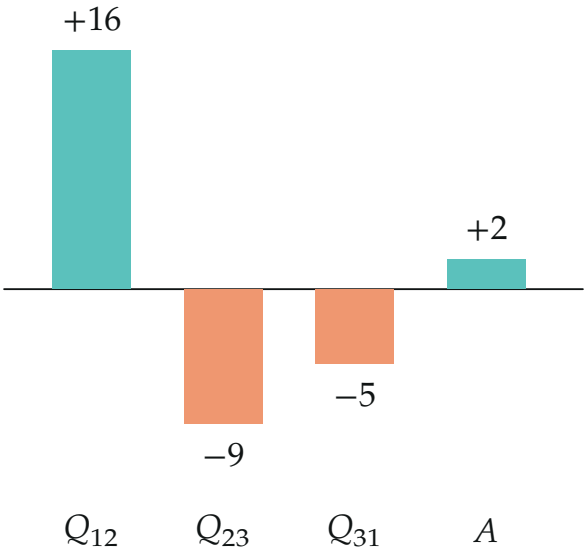
Проверка. Второй способ для Q_1: первое начало на участке 1–2,

$$Q_1 = \Delta U + A_{12} = \tfrac{3}{2}\nu R \cdot 8T_0 + 4P_0V_0 = 12\,\nu R T_0 + 4\,\nu R T_0 = 16\,\nu R T_0$$

— то же. Баланс по циклу (за цикл $\Delta U = 0$, значит $A = Q$):

$$Q_{23} = \tfrac{3}{2}\nu R(3T_0 - 9T_0) = -9\,\nu R T_0, \quad Q_{31} = \tfrac{5}{2}\nu R(T_0 - 3T_0) = -5\,\nu R T_0;$$

вместе с Q_{12} сумма $2\,\nu R T_0$, как и площадь цикла.



Теплота на участках цикла в единицах νRT_0 и работа за цикл: $16-9-5=2$.

Смысл: из $16\,\nu RT_0$ полученной теплоты в работу идёт только $2\,\nu RT_0$, КПД цикла $1/8$; половина этой работы поднимает груз.

Ответ. 1) график см. в решении (точки $1(1;1)$, $2(3;3)$, $3(3;1)$ в осях $V/V_0, P/P_0$); 2) $Q_1 = 16\,\nu RT_0 \approx 79{,}8$ кДж; 3) $H = \dfrac{N\nu RT_0}{Mg} \approx 33$ м.