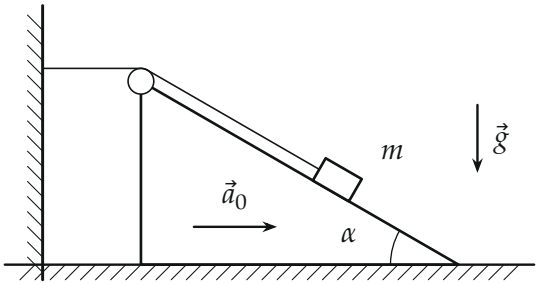
Клин с ускорением и брусок на нити

Задача 3. [Физтех 2024/25, 10 класс, варианты 10-05–10-06, задача 3] Клин с углом $\alpha = 30°$ при вершине движется с ускорением $a_0 = 2$ м/с^2 по горизонтальному столу (см. рис.). По гладкой наклонной плоскости клина скользит брусок массы $m = 0{,}4$ кг, скреплённый с лёгкой нерастяжимой нитью, которая перекинута через гладкий блок на клине и прикреплена к вертикальной стенке. Отрезок нити от стенки до блока считайте горизонтальным, отрезок нити от блока до бруска считайте параллельным наклонной плоскости клина.

1. За какое время τ после начала движения брусок переместится по вертикали на $H = 18$ см? Начальные скорости всех тел нулевые. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.
2. Найдите модуль a ускорения бруска в лабораторной системе отсчёта.
3. Найдите модуль T силы натяжения нити.



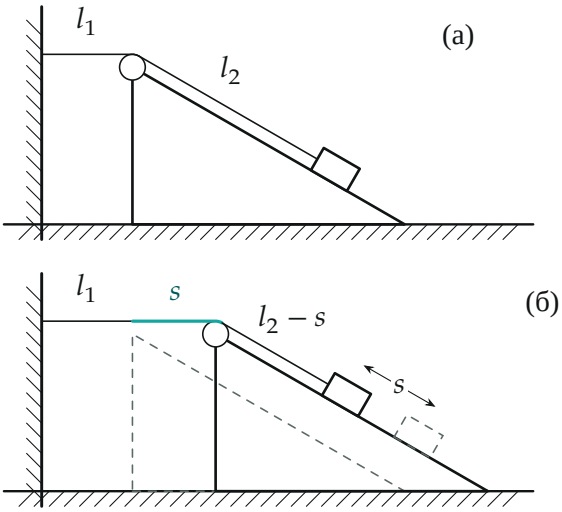
▲ **Решение.** **Что происходит.** Клин уезжает от неподвижной стены, а нить привязана к стене. Горизонтальный отрезок нити растёт, и нерастяжимая нить втягивает брусок вдоль наклонной плоскости вверх, к блоку. Это задача на связь тел нитью и сложение ускорений: сначала кинематика, потом второй закон Ньютона вдоль наклонной плоскости (оттуда натяжение).

Обозначения. Лабораторная система отсчёта (ЛСО) — стол и стена, она инерциальна, законы Ньютона пишем в ней. Ось x направим горизонтально вправо (по ускорению клина), ось y вертикально вверх. $\vec{a}_0$ —

ускорение клина, $\vec{a}_{\text{отн}}$ — ускорение бруска относительно клина, $\vec{a}$ — его ускорение в ЛСО.

Пункт 1.

1. Связь движений через нить. Длина нити постоянна: $l_1 + l_2 = \text{const}$ (l_1 — от стены до блока, l_2 — от блока до бруска). Блок на клине, стена неподвижна, поэтому l_1 растёт ровно на смещение клина s. Значит, l_2 уменьшается на s: брусок поднялся по клину на s.



Клин сместился на s: горизонтальный отрезок вырос на s (бирюзовым), брусок поднялся по клину на s. Пунктир — прежние положения.

Перемещения равны в каждый момент, значит, равны и ускорения: $a_{\text{отн}} = a_0 = 2$ м/с^2. Вектор $\vec{a}_{\text{отн}}$ направлен вдоль наклонной плоскости вверх, к блоку.

2. Ускорение бруска в ЛСО. Ускорения переносного и относительного движений складываются векторно:

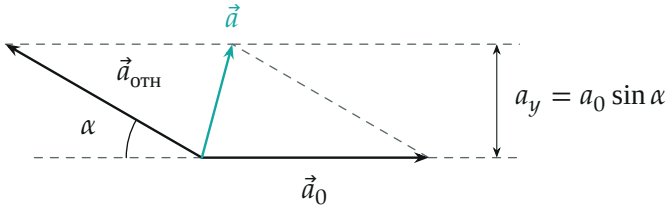
$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{\text{отн}}.$$

Наклонная плоскость поднимается влево под углом α к горизонту, поэтому вектор «вверх по наклонной» имеет проекции $(-\cos\alpha;\ \sin\alpha)$ на

оси x и y. Проекции суммы:

$$a_x = a_0 - a_{\text{отн}}\cos\alpha = a_0(1-\cos\alpha), \qquad a_y = a_{\text{отн}}\sin\alpha = 1\ \text{м/с}^2.$$

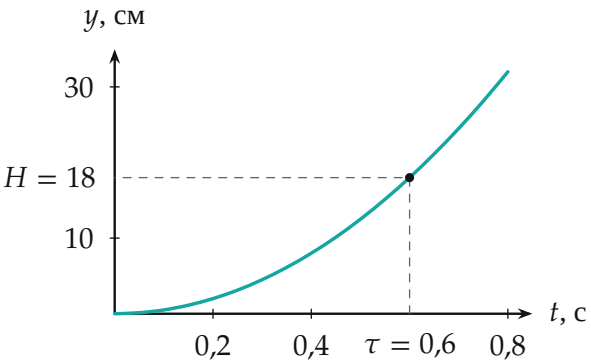
Обе проекции положительны: брусок ускоряется вверх и немного вправо.



$\vec{a}_0$ и $\vec{a}_{отн}$ равны по длине, угол между ними $180° - \alpha$; сумма — диагональ ромба.

3. Время подъёма. Ускорение постоянно, $v_0 = 0$, нужна вертикальная проекция:

$$H = \frac{a_y\tau^2}{2} = \frac{a_0\sin\alpha\,\tau^2}{2} \quad\Rightarrow\quad \tau = \sqrt{\frac{2H}{a_0\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}18}{2\cdot 0{,}5}}\ \text{с} = 0{,}6\ \text{с}.$$



Высота бруска $y = a_y t^2/2$: 18 см через 0,6 с.

Пункт 2.

4. Модуль ускорения. Из проекций:

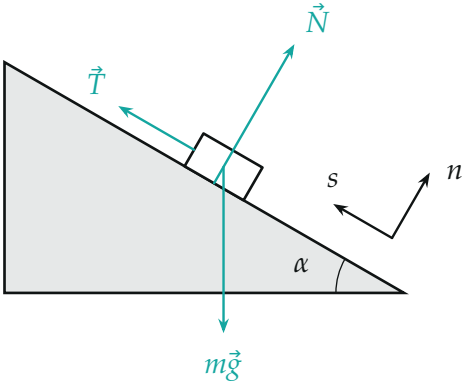
$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 = a_0^2[(1-\cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha] = a_0^2(2-2\cos\alpha) = 4a_0^2\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

$$a = 2a_0\sin\frac{\alpha}{2} = 4\sin 15^\circ \approx 1{,}04\ \text{м/с}^2 \approx 1\ \text{м/с}^2.$$

Направление — $90^\circ - \alpha/2 = 75^\circ$ к горизонту (диагональ ромба делит угол $180^\circ - \alpha$ пополам): брусок идёт почти вертикально вверх.

Пункт 3.

5. Силы и ось. На брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ вдоль наклонной плоскости вверх (нить лёгкая, блок гладкий — натяжение по всей нити одно) и сила реакции $\vec{N}$ перпендикулярно наклонной плоскости. Ось s — вдоль наклонной вверх: $\vec{N}$ на неё не проецируется, остаётся одна неизвестная T.



Силы на брусок (масштаб: 1 Н ≈ 0,55 см), оси s вдоль наклонной плоскости вверх и n перпендикулярно ей.

6. Проекция ускорения на ось s. Клин едет вправо, а ось s смотрит влево–вверх, поэтому проекция $\vec{a}_0$ на ось равна $-a_0\cos\alpha$; ускорение $\vec{a}_{\text{отн}}$ направлено вдоль оси и даёт $+a_0$:

$$a_s = a_0 - a_0\cos\alpha = a_0(1-\cos\alpha).$$

7. Второй закон Ньютона для бруска в проекции на ось s (в ЛСО):

$ma_0(1-\cos\alpha) = T - mg\sin\alpha,$

$$T = m(g\sin\alpha + a_0(1-\cos\alpha)) \approx 2{,}1\ \text{Н} > mg\sin\alpha.$$

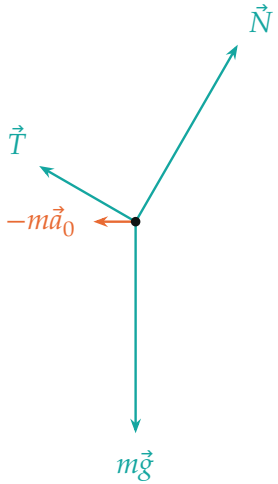
Обратите внимание: 1) $\vec{a}_{\text{отн}}$ направлено вверх по клину — брусок втягивает нить; 2) в a_s входит и ускорение клина, $-a_0\cos\alpha$; без него вышло бы неверное $T = m(g\sin\alpha + a_0)$.

Проверка. При $a_0 \to 0$: $T \to mg\sin\alpha$, $\tau \to \infty$ — покой. Проекция на ось n: $N = m(g\cos\alpha + a_0\sin\alpha) \approx 3{,}9\ \text{Н} > 0$ — брусок прижат к клину. Смысл: клин втягивает брусок вверх по себе с ускорением a_0.

Второй способ — в системе клина с силой инерции $-m\vec{a}_0$; там брусок ускоряется вдоль s на a_0:

$$ma_0 = T - mg\sin\alpha + ma_0\cos\alpha,$$

$ma_0\cos\alpha$ — проекция силы инерции на s; T то же.



Система клина: добавлена сила инерции $-m\vec{a}_0$.

Ответ. 1) $\tau = \sqrt{\dfrac{2H}{a_0\sin\alpha}} = 0{,}6$ с; 2) $a = 2a_0\sin\dfrac{\alpha}{2} \approx 1$ м/с^2; 3) $T = m(g\sin\alpha + a_0(1-\cos\alpha)) \approx 2{,}1$ Н.