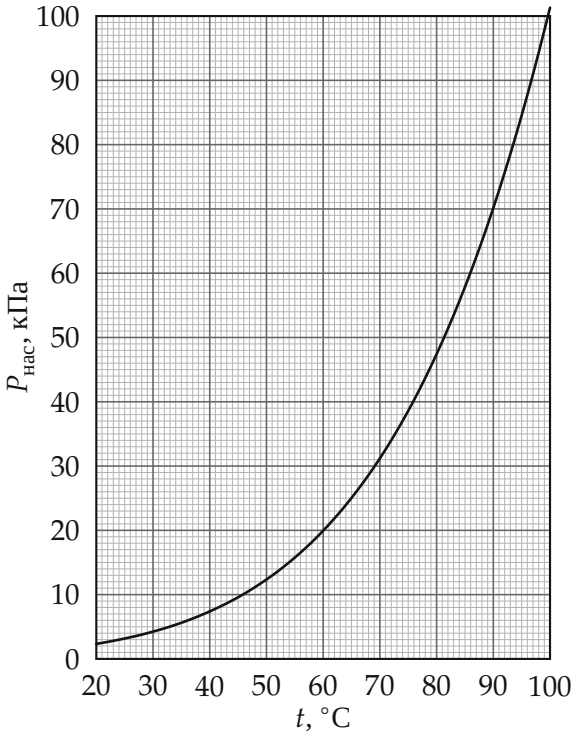
Остывание влажного воздуха под поршнем

Задача 2. [Физтех 2024/25, 11 класс, варианты 11-01–11-04, задача 2] В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86\,^\circ$C и относительной влажности $\varphi_0 = \dfrac{2}{3}$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46\,^\circ$C. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры (см. рис.). Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.

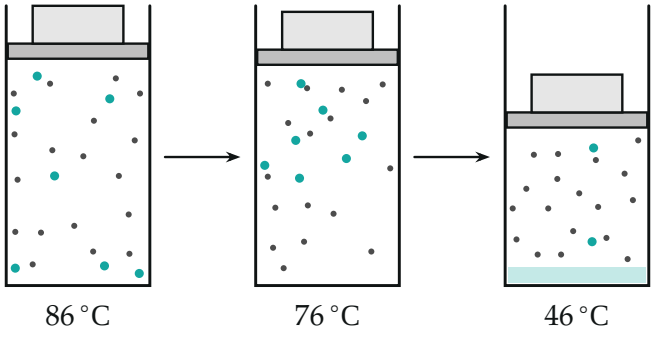
1. Найти парциальное давление пара P_1 при $86\,^\circ$C.
2. Найти температуру t^*, при которой начнётся конденсация пара.
3. Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.



▲ **Решение. Что происходит.** Поршень массивный и свободно скользит, поэтому давление смеси всё время равно p_0. Смесь состоит из сухого воздуха и водяного пара, и по закону Дальтона $p_0 = P_{\text{в}} + P_{\text{п}}$ (парциальные давления воздуха и пара). Пока пар ненасыщенный, количество вещества каждого компонента неизменно, состав смеси тот же, а общее давление постоянно, значит, и $P_{\text{п}} = \text{const}$. Давление насыщенного пара падает с температурой, и в какой-то момент достигает $P_{\text{п}}$: пар становится насыщенным, и дальше конденсируется столько пара, чтобы $P_{\text{п}} = P_{\text{нас}}(t)$. Это задача на насыщенный пар по схеме «предположение → проверка»: считаем, что конденсации нет, находим момент, когда это нарушается, и дальше берём $P_{\text{п}}$ с графика. Постоянное количество сухого воздуха даёт связь объёмов.

Качественно: пока конденсации нет, газ при постоянном давлении сжимается как T; после неё пар «уходит» в воду и газ сжимается ещё сильнее.

Обозначения. $T = t + 273$ К; $P_{\text{нас}}(t)$ — давление насыщенного пара по графику. Состояние 1 — начало (86 °C), состояние 2 — начало конденсации (t^*), состояние 3 — конец (46 °C); V_0, T_0 — объём и температура в начале.



Три состояния. Серые точки — воздух, бирюзовые — пар, бирюзовая заливка — вода. Число точек условное; поршень с грузом держит давление p_0.

Пункт 1.

1. Относительная влажность. Относительная влажность — отношение парциального давления пара к давлению насыщенного пара *при той*

же температуре: $\varphi = P_{\text{п}}/P_{\text{нас}}(t)$. При 86 °C по графику $P_{\text{нас}} = 60$ кПа, поэтому

$$P_1 = \varphi_0\, P_{\text{нас}}(86\,^\circ\text{C}) = \frac{2}{3}\cdot 60\ \text{кПа} = 40\ \text{кПа}.$$

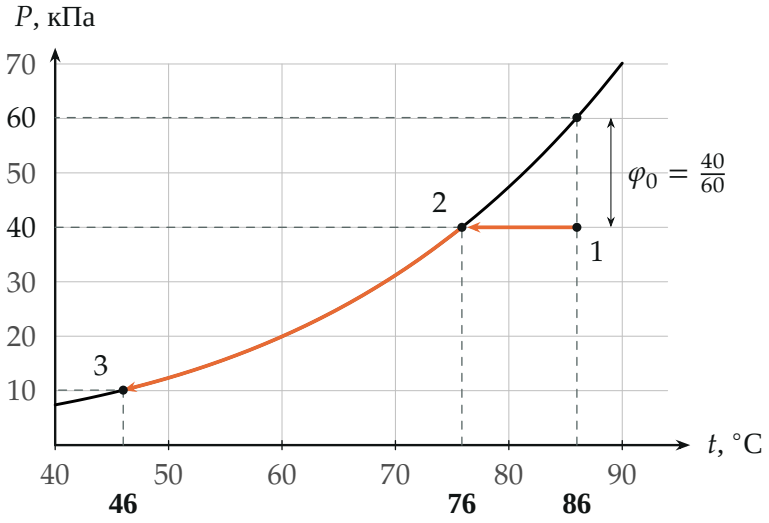
Обратите внимание: φ сравнивает пар с насыщенным паром, а не с полным давлением p_0: 40 кПа — это не $\frac{2}{3}$ от 150 кПа.

Пункт 2.

2. Когда начнётся конденсация. Пока пар ненасыщенный, $P_{\text{п}} = P_1 = 40$ кПа (рассуждение выше: состав и общее давление неизменны). Конденсация начнётся, когда давление насыщенного пара упадёт до этого значения:

$$P_{\text{нас}}(t^*) = P_1 = 40\ \text{кПа}.$$

По графику это $t^* \approx 76\,^\circ\text{C}$. Ниже t^* пар насыщенный, и $P_{\text{п}} = P_{\text{нас}}(t)$ — движение по самой кривой. Конечная температура $46\,^\circ\text{C} < t^*$, значит, конденсация действительно произойдёт, и $P_3 = P_{\text{нас}}(46\,^\circ\text{C}) = 10$ кПа.



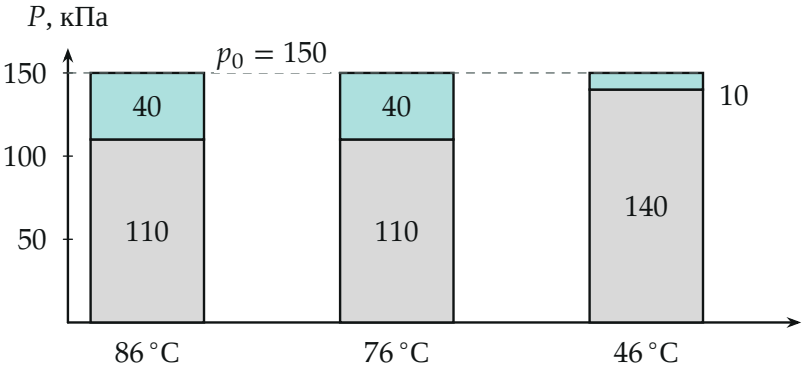
Парциальное давление пара при остывании: от точки 1 горизонтально (пока нет конденсации) до пересечения с кривой в точке 2, затем вдоль кривой до точки 3. Пунктир — значения, снятые с графика.

Пункт 3.

3. Давления воздуха. Количество вещества сухого воздуха не меняется: конденсируется только пар. Давление воздуха — остаток от p_0 после пара:

$$P_{в1} = p_0 - P_1 = 110\ \text{кПа}, \qquad P_{в3} = p_0 - P_3 = 140\ \text{кПа}.$$

Воздух занимает весь объём цилиндра, поэтому его объём — это V.



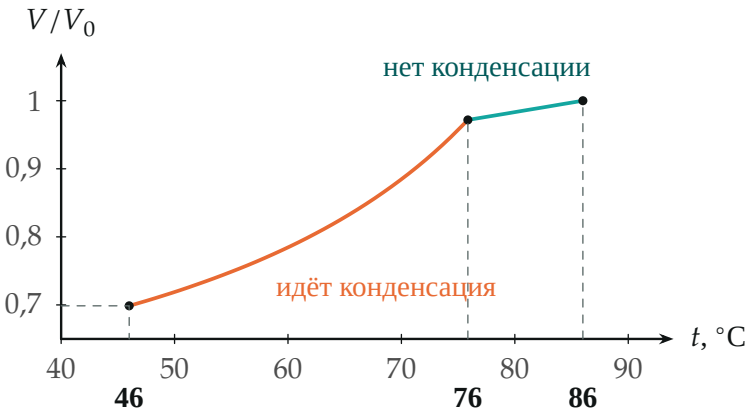
Парциальные давления: воздух (серый) и пар (бирюзовый) в сумме всегда дают p_0. При конденсации доля воздуха растёт.

4. Уравнение состояния сухого воздуха. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для воздуха в состояниях 1 и 3. Произведение νR одно и то же, поэтому

$$\frac{(p_0 - P_1)V_0}{T_0} = \frac{(p_0 - P_3)V}{T},$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{p_0 - P_1}{p_0 - P_3} \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{110}{140} \cdot \frac{319}{359} \approx 0{,}70.$$

Температуры — в кельвинах; точнее $V/V_0 = 0{,}698$.



Объём V/V_0 при остывании (ось объёма начинается не с нуля). До t^* — прямая $V/V_0 = T/T_0$ (изобарное сжатие), ниже — конденсация сжимает газ сильнее.

Проверка. Второй способ: по пару. Количество вещества пара в конце относится к количеству в начале как

$$\frac{P_3 V/T}{P_1 V_0/T_0} = \frac{10}{40} \cdot 0{,}70 \cdot \frac{359}{319} \approx 0{,}20 :$$

осталось около пятой части пара, остальное сконденсировалось — не больше исходного, как и должно быть. Непрерывность: в точке t^* формула без конденсации и формула с конденсацией дают одно значение $V/V_0 = T^*/T_0 \approx 0{,}97$. Предел $\varphi_0 \to 0$ (сухой воздух): $V/V_0 = T/T_0$, обычное изобарное сжатие. Смысл: из-за конденсации газ сжался на 30 %, тогда как без неё — лишь на 11 % ($T/T_0 = 0{,}89$).

Ответ. 1) $P_1 = 40$ кПа; 2) $t^* \approx 76\,^\circ$C; 3) $V/V_0 \approx 0{,}70$.