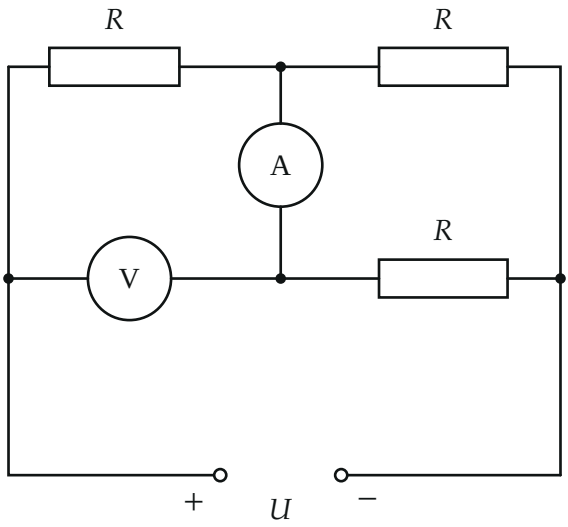
Три резистора, амперметр, вольтметр

Задача 4. [Физтех 2024/25, 9 класс, варианты 09-01–09-02, задача 4] В электрической цепи (см. схему на рисунке) сопротивления трёх резисторов одинаковы и равны $R = 100$ Ом. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения $U = 30$ В. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало по сравнению с R, сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с R.

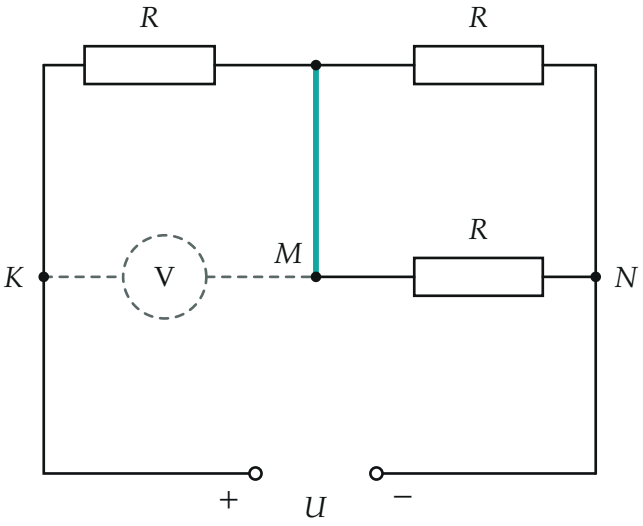
1. Найдите силу тока I, текущего через источник.
2. Найдите показание $U_\text{В}$ вольтметра.
3. Какая мощность P рассеивается в цепи?



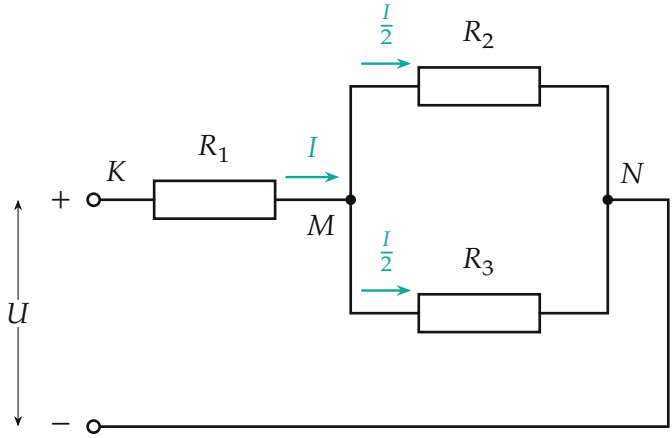
▲ **Решение. Что происходит.** Приборы идеальные, поэтому схему можно упростить. Амперметр с нулевым сопротивлением — просто провод: напряжение на нём равно нулю, и его концы — один и тот же узел. Вольтметр с бесконечным сопротивлением — разрыв: ток через него равен нулю, он ничего не меняет в токах цепи и лишь показывает напряжение между двумя точками. После упрощения останется смешанное соединение: резистор последовательно с двумя параллельными. Класс задачи: эквивалентная схема, закон Ома для участка и для всей цепи.

Обозначения. K — левый узел цепи (подключён к плюсу источника), M — верхний конец амперметра, D — его нижний конец, N — правый узел (минус источника). Левый резистор R_1, верхний правый R_2, нижний правый R_3; $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

1. Упрощение схемы. Идеальный амперметр — провод, поэтому M и D имеют один потенциал и сливаются в один узел M. Идеальный вольтметр — разрыв: по ветви K–вольтметр–M ток не идёт. Теперь R_2 (между M и N) и R_3 (между $D = M$ и N) присоединены к одним и тем же двум узлам, то есть параллельны, а R_1 стоит между K и M последовательно с ними.



Идеальные приборы заменены: амперметр — провод (бирюзовая линия), вольтметр — разрыв (серый штрих). Узлы M и D слились.

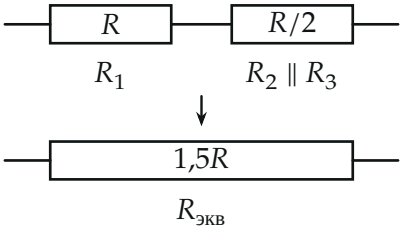


Та же цепь, перерисованная: резистор R_1 последовательно с параллельными R_2 и R_3. Токи: I и по $I/2$ в параллельных ветвях.

Пункт 1.

2. Эквивалентное сопротивление. Два одинаковых резистора параллельно дают сопротивление R_{23}, где $\dfrac{1}{R_{23}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{2}{R}$, то есть $R_{23} = \dfrac{R}{2}$. Последовательные сопротивления складываются:

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_{23} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R = 150\ \text{Ом}.$$



Свёртка схемы: параллельные R_2 и R_3 заменены на $R/2$, затем всё — на $1{,}5R$.

3. Закон Ома для всей цепи. Источник даёт напряжение U на всё эквивалентное сопротивление:

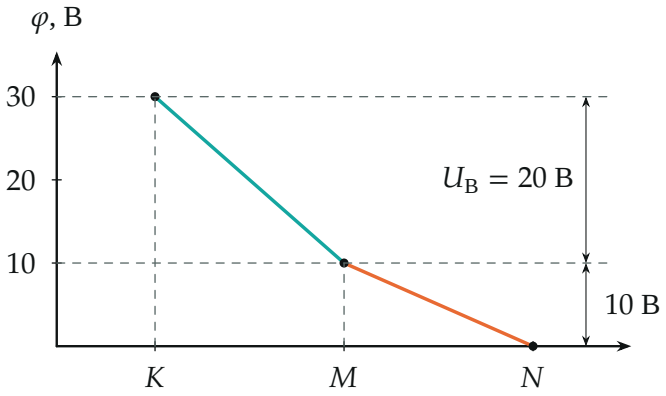
$$I = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = \frac{2U}{3R} = \frac{30}{150} = 0{,}2 \text{ А}.$$

Пункт 2.

4. Что измеряет вольтметр. Вольтметр присоединён к точкам K и D. Так как D и M — один узел, его показание $U_{\text{В}} = \varphi_K - \varphi_M$ — это напряжение на резисторе R_1. Ток через вольтметр не идёт, поэтому через R_1 течёт весь ток I, и по закону Ома для участка цепи

$$U_{\text{В}} = IR = 0{,}2 \cdot 100 = 20 \text{ В}.$$

Второй способ. Напряжение на параллельной группе: $U_{23} = I \cdot \frac{R}{2} = 10$ В. Напряжения на последовательных участках складываются в U, поэтому $U_{\text{В}} = U - U_{23} = 30 - 10 = 20$ В. Третий: делитель напряжения, $U_{\text{В}} = U \cdot \frac{R}{1{,}5R} = \frac{2U}{3} = 20$ В.



Потенциалы вдоль цепи при $\varphi_N = 0$: на R_1 падает 20 В (вольтметр), на параллельной группе — 10 В.

Обратите внимание: вольтметр показывает не U и не напряжение на параллельной группе, а напряжение между теми точками, к которым он

присоединён. Из-за идеального амперметра нижний конец вольтметра оказывается в узле M.

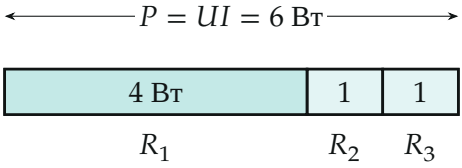
Пункт 3.

5. Мощность. Вся мощность в цепи выделяется на резисторах; она равна мощности источника, то есть работе источника в единицу времени:

$$P = UI = 30 \cdot 0{,}2 = 6 \text{ Вт}.$$

Второй способ — сложить мощности резисторов. Через R_1 идёт $I = 0{,}2$ А, через каждый из R_2, R_3 — по $I/2 = 0{,}1$ А:

$$P = I^2R + 2\left(\frac{I}{2}\right)^2 R = 4 + 1 + 1 = 6 \text{ Вт}.$$



Мощность 6 Вт делится между резисторами: 4 Вт на R_1 и по 1 Вт на R_2 и R_3.

Проверка. Размерности: U/R — вольты на омы, то есть амперы; UI — ватты. Ток амперметра: по R_3 идёт 0,1 А, и он приходит через амперметр, поэтому амперметр покажет 0,1 А. Что было бы без амперметра: тогда R_3 оказалась бы отрезанной (вольтметр ток не пропускает), ток шёл бы только через R_1 и R_2, $R_{\text{экв}} = 2R$ и $I = 0{,}15$ А — совсем другая цепь. Поэтому именно нулевое сопротивление амперметра «включает» R_3 в схему.

Ответ. 1) $I = \dfrac{2U}{3R} = 0{,}2$ А; 2) $U_{\text{В}} = \dfrac{2U}{3} = 20$ В; 3) $P = UI = 6$ Вт.