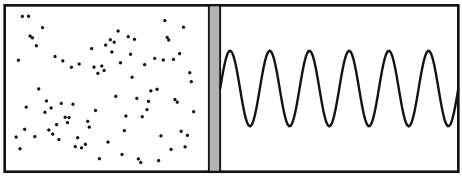
Расширение газа в теплоизолированном цилиндре

Задача 3. [Физтех 2025/26, 10 класс, вариант 10-01, задача 3] Теплоизолированный цилиндр лежит на гладкой горизонтальной плоскости. В цилиндре с одной стороны от закреплённого теплоизолированного поршня находится один моль одноатомного идеального газа при температуре $T_0 = 350$ K, с другой стороны — вакуум (см. рис.). Пружина не деформирована. Поршень освобождают, после установления равновесия объём газа больше начального в $n = 2$ раза.

1. Найдите температуру T_1 газа в конечном состоянии. Теплоёмкости цилиндра и поршня считайте пренебрежимо малыми. Поршень свободно скользит в цилиндре.
2. Найдите перемещение S цилиндра в рассматриваемом процессе, если в начальном состоянии поршень находился на расстоянии $d = 10$ см от левого по рисунку основания цилиндра. Масса поршня равна массе цилиндра. Массы газа и пружины малы по сравнению с массами цилиндра и поршня.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Освобождённый поршень разгоняется давлением газа, сжимает пружину и после затухания колебаний останавливается. Газ теплоизолирован, внешних горизонтальных сил нет (плоскость гладкая, вакуум давления не создаёт), поэтому убыль внутренней энергии газа равна энергии сжатой пружины: газ охлаждается. Температуру найдём из закона сохранения энергии, перемещение цилиндра — из закона сохранения импульса: поршень и цилиндр разъезжаются в разные стороны, а центр масс системы остаётся на месте.

Обозначения. $P_0,\ V_0,\ T_0$ — давление, объём и температура газа в начале, $P_1,\ nV_0,\ T_1$ — в конце; $\tilde{S}$ — площадь сечения цилиндра, k — жёсткость пружины, Δx — её сжатие в конце, $\nu = 1$ моль, R — газовая постоянная. Внутренняя энергия одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$.

Пункт 1.

1. Уравнения состояния. В начале и в конце:

$$P_0V_0 = RT_0, \qquad P_1\,nV_0 = RT_1.$$

2. Равновесие поршня в конце. Газ давит на поршень с силой $P_1\tilde{S}$, пружина — с силой $k\Delta x$, и в равновесии они равны: $k\Delta x = P_1\tilde{S}$. Поршень сдвинулся относительно цилиндра на Δx, объём газа вырос на $\tilde{S}\Delta x = (n-1)V_0$. Энергия сжатой пружины

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{P_1\tilde{S}\,\Delta x}{2} = \frac{P_1(n-1)V_0}{2}.$$

3. Закон сохранения энергии. Для системы «газ, пружина, поршень, цилиндр»: теплообмена нет, внешние силы работы не совершают; в начале и в конце всё неподвижно. Колебания по дороге затухают: их энергия переходит в тепло и остаётся в газе, а значит, входит в T_1. Поэтому

$$\frac{3}{2}P_0V_0 = \frac{3}{2}P_1nV_0 + \frac{P_1(n-1)V_0}{2} \quad\Rightarrow\quad P_1 = \frac{3P_0}{4n-1}.$$

4. Температура. Из уравнений состояния $T_1 = \dfrac{P_1nV_0}{R} = T_0\,\dfrac{P_1}{P_0}\,n$:

$$T_1 = \frac{3n\,T_0}{4n-1} = \frac{3\cdot 2\cdot 350}{7} = 300\ \text{К}.$$

Пункт 2.

5. Импульс системы. На систему «цилиндр + поршень» горизонтальные внешние силы не действуют: газ и пружина — внутренние, а их массы малы. Вначале всё покоилось, значит, суммарный импульс равен нулю и центр масс не смещается. Массы цилиндра и поршня одинаковы, поэтому их смещения в лабораторной системе равны по модулю и

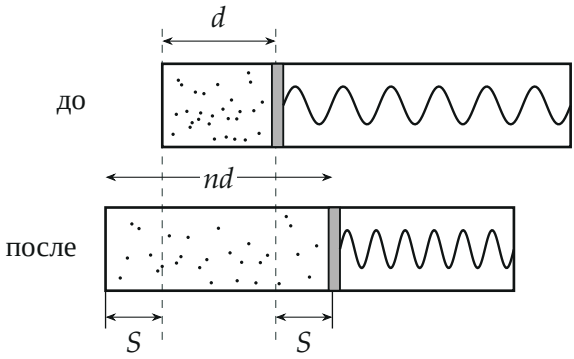
противоположны по знаку.

6. Смещения. Расстояние от левого основания цилиндра до поршня выросло в n раз: от d до nd, то есть поршень сдвинулся относительно цилиндра вправо на $(n-1)d$. Пусть поршень сместился вправо на $x_\text{п}$, а цилиндр — на $x_\text{ц}$ (вправо положительны). Тогда

$$x_\text{п} - x_\text{ц} = (n-1)d, \qquad x_\text{п} = -x_\text{ц}$$

$$S = |x_\text{ц}| = \frac{(n-1)d}{2} = \frac{(2-1)\cdot 10}{2} = 5 \text{ см}.$$

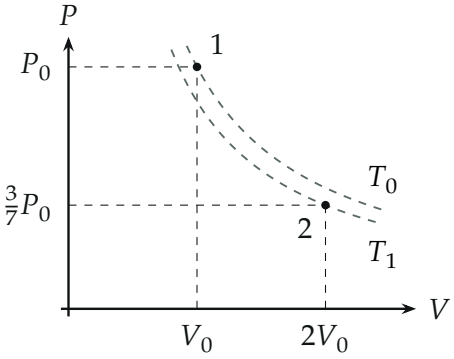
Цилиндр сместился влево на 5 см, поршень — вправо на 5 см.



Начальное и конечное положения в лабораторной системе: пунктиром — начальные положения левого основания и поршня. Цилиндр сдвинулся влево на S, поршень вправо на S, расстояние между ними выросло с d до nd.

Обратите внимание. Расширение газа неравновесное: поршень разгоняется, колебания затухают. Адиабату $TV^{2/3} = \text{const}$ здесь применять нельзя — она дала бы $T_1 = T_0 n^{-2/3} \approx 220$ К. Правильно — закон сохранения энергии с учётом энергии пружины, как выше.

Проверка. Энергия пружины по изменению внутренней энергии газа: $\frac{3}{2}R(T_0 - T_1) = \frac{3}{2}\cdot 8{,}31 \cdot 50 \approx 624$ Дж; по силам: $\frac{P_1(n-1)V_0}{2} = \frac{RT_1(n-1)}{2n} = \frac{8{,}31\cdot 300}{4} \approx 624$ Дж — совпадают. При $n = 1$ формула даёт $T_1 = T_0$: нет расширения — нет охлаждения. Смещение пропорционально $(n-1)d$ и при $n = 1$ обращается в нуль.



Начальное (1) и конечное (2) состояния газа на PV-диаграмме и изотермы T_0 и $T_1 = \frac{6}{7}T_0$. Точки лежат на разных изотермах; сам переход неравновесный и линией не изображается.

Ответ. 1) $T_1 = \dfrac{3nT_0}{4n-1} = 300$ К; 2) $S = \dfrac{(n-1)d}{2} = 5$ см.