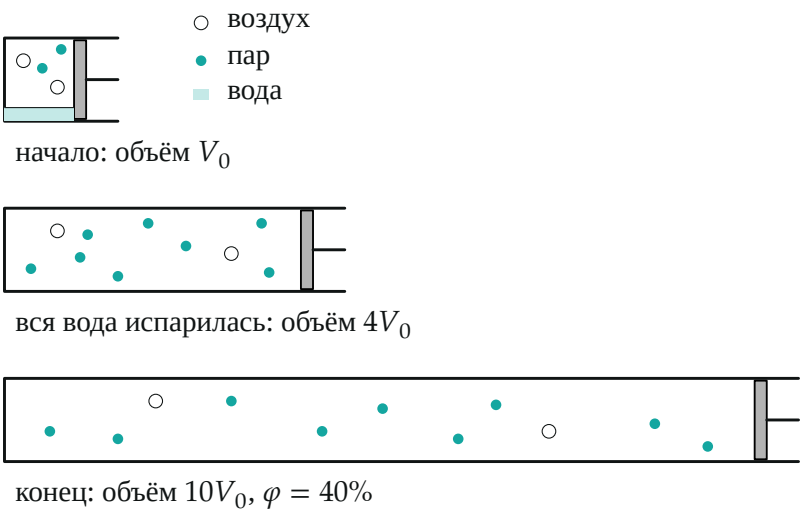
Влажный воздух при изотермическом расширении

Задача 4. [Физтех 2025/26, 10 класс, вариант 10-01, задача 4] В цилиндре под поршнем при температуре 12°C находятся в равновесном состоянии: воздух, водяной пар и вода. Давление насыщенных паров воды при этой температуре $P_{\text{н}} = 1400$ Па. Число молей воздуха равно числу молей пара, масса воды в три раза больше массы пара. Объём смеси медленно изотермически увеличивают до тех пор, пока относительная влажность воздуха в цилиндре уменьшится до 40%.

1. Определите давление P влажного воздуха в цилиндре в конечном состоянии. Объём воды в начальном состоянии считайте пренебрежимо малым.



Поясняющий рисунок: три состояния при медленном изотермическом расширении (масштаб объёмов выдержан, числа молекул условны)

▲ **Решение. Что происходит.** Пока в цилиндре есть вода, пар над ней насыщенный: его давление равно $P_{\text{н}}$ и не зависит от объёма, потому что вода испаряется и восполняет пар. Когда вся вода испарилась, пар

становится ненасыщенным и подчиняется закону Бойля — Мариотта так же, как воздух; только с этого момента относительная влажность начинает падать. План: найти объём, при котором испарится вся вода, затем объём при $\varphi = 40\%$ и сложить парциальные давления.

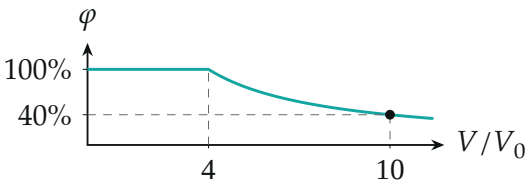
Обозначения. Температура T постоянна. V_0 — начальный объём (объём воды пренебрежимо мал, значит, это объём газа); ν — число молей воздуха, оно же число молей пара в начале; m — масса пара в начале, масса воды $3m$; $p_{\text{в}}$ и $p_{\text{возд}}$ — парциальные давления пара и воздуха; $\varphi = p_{\text{в}}/P_{\text{н}}$ — относительная влажность.

1. Начальное состояние. Пар над водой насыщенный: $p_{\text{в}} = P_{\text{н}}$. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона отдельно для пара и воздуха в объёме V_0: $p_{\text{в}}V_0 = \nu RT$ и $p_{\text{возд}}V_0 = \nu RT$. Молей поровну, значит, $p_{\text{возд}} = p_{\text{в}} = P_{\text{н}} = 1400$ Па.

2. Когда испарится вся вода. Пока вода есть, плотность пара равна плотности насыщенного пара $\rho_{\text{н}} = m/V_0$. Вся влага цилиндра — пар массой m и вода массой $3m$, всего $4m$. Если вся она станет паром той же плотности $\rho_{\text{н}}$, он займёт объём $4m/\rho_{\text{н}} = 4V_0$. При $V = 4V_0$ воды уже нет, а пар ещё в точности насыщенный: $\varphi = 100\%$. Дальше объём растёт, а масса пара остаётся $4m$.

3. Объём в конце. При $V > 4V_0$ пар — ненасыщенный газ постоянной массы при постоянной температуре, поэтому его давление обратно пропорционально объёму: $p_{\text{в}} = P_{\text{н}} \cdot \dfrac{4V_0}{V}$. Отсюда $\varphi = \dfrac{p_{\text{в}}}{P_{\text{н}}} = \dfrac{4V_0}{V} = 0{,}4$, то есть $V = 10V_0$.

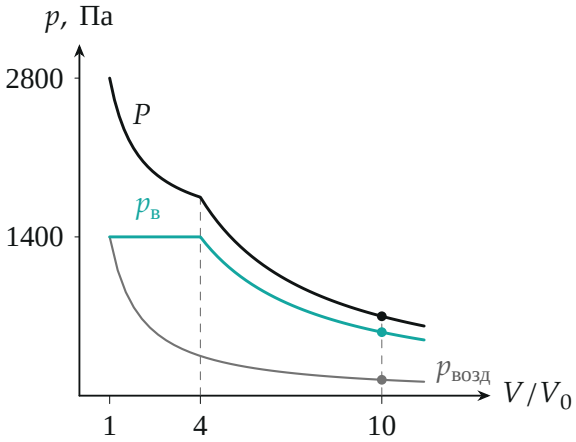
Обратите внимание: влажность 40% не получается из закона Бойля — Мариотта для всего объёма с самого начала: до $V = 4V_0$ влажность остаётся 100%, и $4V_0$ нужно учесть.



Относительная влажность: 100% *до* $V = 4V_0$, *затем* $\varphi = 4V_0/V$

4. Давления в конце. Пар: $p_{\text{в}} = \varphi P_{\text{Н}} = 0{,}4 \cdot 1400 = 560$ Па. Воздух остаётся ненасыщенным газом той же массы, и его давление тоже обратно пропорционально объёму: $p_{\text{возд}} = P_{\text{Н}} \cdot \dfrac{V_0}{V} = \dfrac{1400}{10} = 140$ Па. Давление смеси — сумма парциальных давлений (закон Дальтона):

$$P = p_{\text{в}} + p_{\text{возд}} = 560 + 140 = 700 \text{ Па}.$$



Давления пара, воздуха и смеси: пар насыщен до $4V_0$

Проверка. Второй способ: после испарения воды в цилиндре ν молей воздуха и 4ν молей пара, всего 5ν, и $PV = 5\nu RT = 5P_{\text{Н}}V_0$. При $V = 10V_0$ получаем $P = \dfrac{5 \cdot 1400}{10} = 700$ Па. Предел: при $V = 4V_0$ обе формулы дают 1750 Па, как и $1400 + \dfrac{1400}{4}$, — в точке «вода кончилась» давление не имеет скачка (график). Смысл: объём вырос в десять раз, давление воздуха упало в десять раз, а пар на первых $4V_0$ держался у насыщения за счёт воды.

Ответ. 1) $P = 700$ Па.