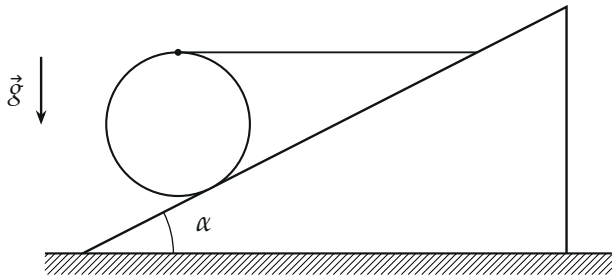
# Труба на наклонной плоскости и нить

**Задача 2.** [Физтех 2025/26, 10 класс, вариант 10-05, задача 2] Однородная тонкостенная труба массой $m = 2{,}4$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости клина лёгкой горизонтальной нитью, прикреплённой к трубе (см. рис.). Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha$ такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

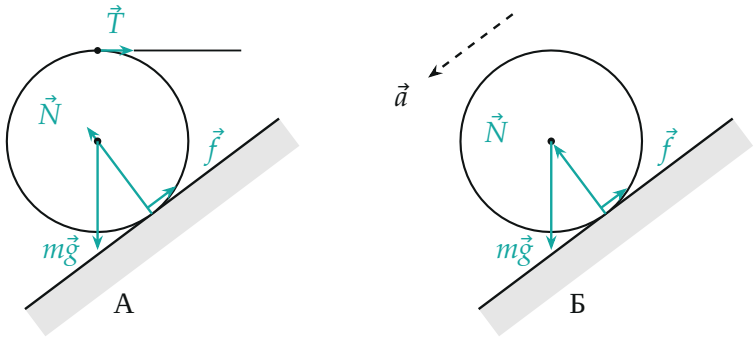
1. Найдите модуль $T$ силы натяжения нити. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ось трубы параллельна горизонтальной плоскости. Нить обрывается. Труба катится по наклонной плоскости без проскальзывания с нулевой начальной скоростью, клин покоится.
2. Найдите горизонтальное перемещение $S$ оси трубы за первую секунду движения трубы по клину.
3. С какой по модулю горизонтальной силой $f_{\text{ТР}}$ трения клин действует на горизонтальную плоскость?
4. При каком угле $\alpha$ модуль $f_{\text{ТР}}$ горизонтальной силы трения наибольший?
5. Найдите этот наибольший модуль $\tilde{f}_{\text{ТР}}$ силы трения.




▲ **Решение. Что происходит.** Пока нить цела, труба неподвижна: равны нулю и сумма сил, и сумма моментов. Моментов у большинства сил нет, если взять ось трубы, и это сразу связывает натяжение с трением. После обрыва труба катится без проскальзывания; тонкостенная труба — это обруч, вся её масса на расстоянии $R$ от оси, поэтому ровно половина

энергии идёт во вращение. Клин покоится, значит, горизонтальная сила, с которой труба давит на клин, уравновешена трением плоскости.

**Обозначения.** $R$ — радиус трубы, $\cos\alpha = \sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8$. $\vec{N}$ — нормальная реакция клина, $\vec{f}$ — сила трения покоя между трубой и клином, $a$ — ускорение оси после обрыва нити.




*А: силы на трубу, пока нить цела (трение $\vec{f}$ — вверх вдоль плоскости). Б: после обрыва нити; пунктиром — ускорение оси $\vec{a}$ (вниз вдоль плоскости). Длины стрелок — по расчёту.*

**Пункт 1.**

**1. Моменты относительно оси трубы.** Нормаль к поверхности в точке касания проходит через ось, сила тяжести приложена к оси: их моменты равны нулю. Остаются нить (горизонтальна, приложена к верхней точке трубы, плечо $R$) и трение (в точке касания, плечо $R$). Труба не вращается:

$$TR = fR \quad \Rightarrow \quad f = T.$$

Предположим, что трение направлено вверх вдоль наклонной плоскости; выйдет $f > 0$, значит, так и есть.

**2. Силы вдоль наклонной плоскости.** Ось направим вдоль плоскости вверх. Горизонтальная нить даёт проекцию $T\cos\alpha$, трение — $f$, сила тяжести — $-mg\sin\alpha$:

$$T\cos\alpha + f - mg\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mg\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{24\cdot 0{,}6}{1{,}8} = 8\ \text{Н}.$$

**Проверка вторым способом.** Моменты относительно точки касания $P$: сила тяжести (плечо $R\sin\alpha$) вращает против часовой стрелки, нить (плечо $R + R\cos\alpha$ — от точки касания до верхней точки по вертикали) — по часовой; $N$ и $f$ момента относительно $P$ не создают: $mgR\sin\alpha = TR(1+\cos\alpha)$ — то же уравнение.

**Пункт 2.**

**3. Ускорение после обрыва.** Труба катится без проскальзывания: точка касания неподвижна, $\omega = V/R$. Энергия трубы — поступательная плюс вращательная ($I = mR^2$):

$$E_k = \frac{mV^2}{2} + \frac{mR^2}{2}\frac{V^2}{R^2} = mV^2.$$

Закон сохранения энергии (трение покоя работы не совершает): за путь $s$ вдоль плоскости $mgs\sin\alpha = mV^2$, а $V^2 = 2as$:

$$a = \frac{g\sin\alpha}{2} = \frac{10\cdot 0{,}6}{2} = 3\ \text{м/с}^2.$$

**4. Перемещение оси.** Ось движется вдоль наклонной плоскости с постоянным ускорением из состояния покоя: за $t = 1$ с путь $s = at^2/2 = 1{,}5$ м. Горизонтальная составляющая перемещения

$$S = s\cos\alpha = 1{,}5\cdot 0{,}8 = 1{,}2\ \text{м}.$$

**Пункт 3.**

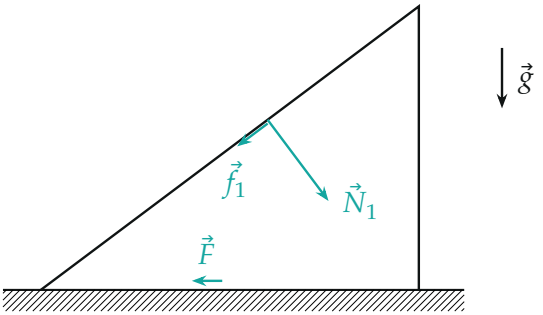
**5. Сила на клин.** Запишем второй закон Ньютона для трубы векторно: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R}$, где $\vec{R}$ — полная сила реакции клина (нормаль плюс трение). Сила тяжести вертикальна, поэтому на горизонтальную ось $x$ (в сторону, куда катится труба, то есть влево на рисунке) проецируется только $\vec{R}$:

$$R_x = ma\cos\alpha.$$

По третьему закону Ньютона труба действует на клин горизонтальной силой $ma\cos\alpha$ в обратную сторону. Клин покоится, значит, горизонтальная плоскость действует на него с такой же по модулю силой трения, а

клин на плоскость — с силой

$$f_{\text{ТР}} = ma\cos\alpha = 2{,}4 \cdot 3 \cdot 0{,}8 = 5{,}76 \text{ Н}.$$




*Силы, с которыми труба действует на клин ($\vec{N}_1$ и $\vec{f}_1$), и сила трения плоскости на клин $\vec{F}$ (по третьему закону Ньютона клин действует на плоскость с равной по модулю силой $f_{ТР}$). Вертикальные силы не показаны; длины — по расчёту.*

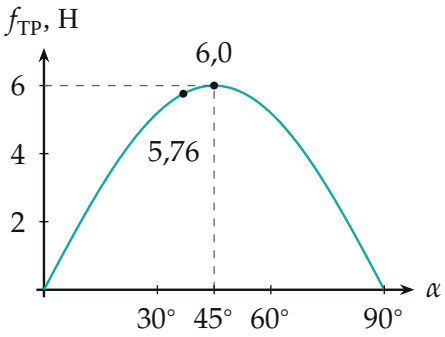
**Пункт 4.**

**6. Общий угол.** Те же формулы при произвольном угле: $a = \frac{1}{2}g\sin\alpha$,

$$f_{\text{ТР}}(\alpha) = m \cdot \frac{g\sin\alpha}{2}\cos\alpha = \frac{mg}{4}\sin 2\alpha.$$

Это наибольшее, когда $\sin 2\alpha = 1$, то есть $2\alpha = 90°$:

$$\alpha = 45°.$$



*Зависимость $f_{TP}(\alpha) = \frac{mg}{4}\sin 2\alpha$ для $m = 2{,}4$ кг; точка при $\sin\alpha = 0{,}6$ ($\alpha \approx 37°$) даёт 5,76 Н, максимум 6 Н — при 45°.*

**Пункт 5.**

**7. Наибольшее значение.**

$$\tilde{f}_{\text{ТР}} = \frac{mg}{4} = \frac{2{,}4 \cdot 10}{4} = 6 \text{ Н}.$$

**Обратите внимание.** Горизонтальная сила на клин — это $ma\cos\alpha$ с реальным ускорением $a = g\sin\alpha/2$, а не $mg\sin\alpha\cos\alpha = 11{,}5$ Н (так было бы для скользящего бруска без трения).

**Проверка.** Силы на клин от трубы: нормальное давление $N_1 = mg\cos\alpha = 19{,}2$ Н и трение $f_1 = ma = 7{,}2$ Н (вниз вдоль плоскости). Горизонтальные составляющие: $N_1\sin\alpha - f_1\cos\alpha = 11{,}52 - 5{,}76 = 5{,}76$ Н — та же сила. При $\alpha \to 0$ и $\alpha \to 90°$ сила обращается в нуль: труба либо не едет, либо падает вертикально.

**Ответ.** 1) $T = 8$ Н; 2) $S = 1{,}2$ м; 3) $f_{\text{ТР}} = 5{,}76$ Н; 4) $\alpha = 45°$; 5) $\tilde{f}_{\text{ТР}} = 6$ Н.