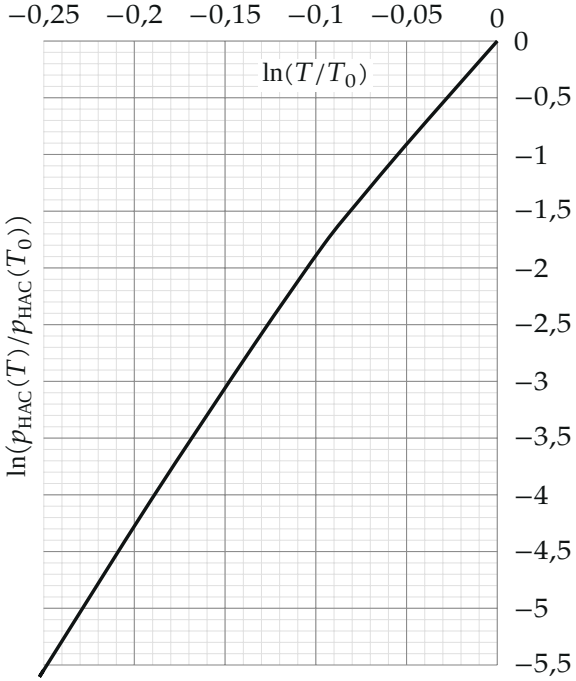
Нижняя граница кучевых облаков

Задача 2. [Физтех 2025/26, 11 класс, варианты 11-05–11-06, задача 2] Кучевые облака в земной атмосфере образуются из-за охлаждения поднимающегося влажного воздуха. Пусть на высоте нескольких метров от земной поверхности воздух имеет температуру $T_0 = 300$ К и относительную влажность $\varphi_0 = 40\%$. В нижней части атмосферы (тропосфере), там, где образуются облака, температура с высотой уменьшается по линейному закону со скоростью $\beta = 7$ К/км. Можно показать, что в этом случае на любой высоте атмосферное давление прямо пропорционально пятой степени абсолютной температуры: $p_{\text{АТМ}} \sim T^5$. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды $p_{\text{НАС}}$ от абсолютной температуры T, построенный в двойном логарифмическом масштабе (см. рис.).

1. Найдите точку росы $t_{\text{Р}}$ (температуру в градусах Цельсия) вблизи поверхности Земли.
2. На какой высоте h над поверхностью Земли образуется нижняя граница облаков?
3. На какой высоте H, считая от нижней границы облака, в нём начнут присутствовать кристаллы льда? Считать, что внутри облака из-за выделения при конденсации теплоты скорость уменьшения температуры с высотой составляет $\beta_0 = 5$ К/км.

Для расчётов можно использовать $\ln 2 \approx 0{,}7$, $\ln 5 \approx 1{,}6$. Принять $\ln(1 + x) \approx x$ при $|x| < 0{,}1$. Изменением температуры плавления льда при изменении давления и изменением химического состава атмосферы с высотой пренебречь.



▲ **Решение. Что происходит.** Воздух у земли содержит водяной пар с парциальным давлением $p_{\text{п}0} = \varphi_0\, p_{\text{НАС}}(T_0)$. Поднимаясь, воздух расширяется и остывает; доля пара в смеси остаётся прежней, поэтому парциальное давление пара пропорционально полному давлению: $p_{\text{п}} \sim p_{\text{АТМ}} \sim T^5$. Давление насыщенного пара при остывании падает гораздо быстрее (на графике — $\ln p_{\text{НАС}}$ меняется примерно в 19 раз быстрее, чем $\ln T$). На некоторой высоте они сравниваются: пар становится насыщенным и конденсируется — это нижняя граница облака. Точка росы — насыщение при охлаждении *без* изменения давления пара.

Обозначения. $x = \ln(T/T_0)$ — величина по горизонтальной оси графика; $y(x) = \ln \dfrac{p_{\text{НАС}}(T)}{p_{\text{НАС}}(T_0)}$ — по вертикальной. Кривая $y(x)$ дана графиком. Для логарифма влажности $\ln \varphi_0 = \ln \dfrac{2}{5} = \ln 2 - \ln 5 \approx 0{,}7 - 1{,}6 = -0{,}9$.

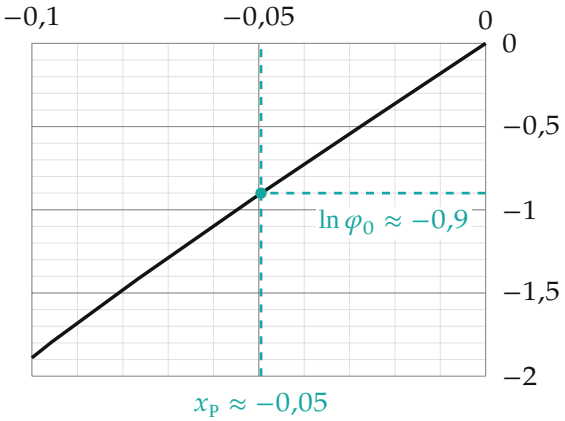
Пункт 1.

1. Точка росы $T_\text{Р}$ — температура, при которой воздух с прежним парциальным давлением пара $p_\text{п0}$ становится насыщенным: $p_\text{НАС}(T_\text{Р}) = \varphi_0\, p_\text{НАС}(T_0)$. Логарифмируя:

$$y(x_\text{Р}) = \ln\varphi_0 \approx -0{,}9.$$

По графику (рис. ниже) этому значению соответствует $x_\text{Р} \approx -0{,}05$. Так как $x = \ln(1 + \Delta T/T_0) \approx \Delta T/T_0$ (малость допустима по условию),

$$T_\text{Р} \approx T_0(1 - 0{,}05) = 285\ \text{K}, \qquad t_\text{Р} \approx 285 - 273 = 12\ ^\circ\text{C}.$$



Точка росы: уровень −0,9 по вертикали пересекает график при $x_\text{Р} \approx -0{,}05$.

Пункт 2.

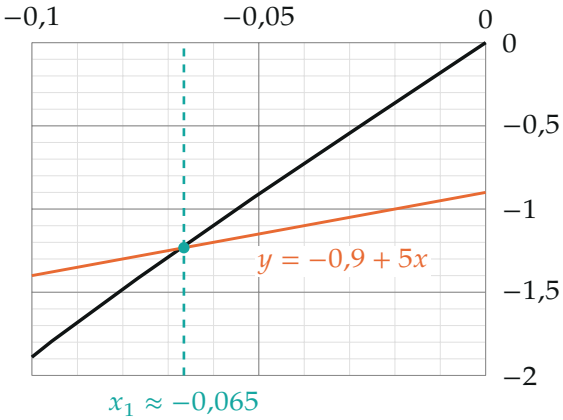
2. Парциальное давление пара в поднимающемся воздухе. Доля пара в смеси постоянна, а $p_\text{АТМ} \sim T^5$:

$$p_\text{п}(T) = \varphi_0\, p_\text{НАС}(T_0)\left(\frac{T}{T_0}\right)^5.$$

3. Условие начала конденсации. Пар насыщенный, когда $p_\text{п}(T) = p_\text{НАС}(T)$. Разделим на $p_\text{НАС}(T_0)$ и прологарифмируем:

$$y(x) = \ln\varphi_0 + 5x \approx -0{,}9 + 5x.$$

Это пересечение графика $y(x)$ с прямой $y = -0{,}9 + 5x$, проходящей через точку $(0;\ -0{,}9)$. На рисунке пересечение — при $x_1 \approx -0{,}065$.



Нижняя граница облака: график (чёрный) пересекает прямую $y = \ln\varphi_0 + 5x$ (морковная).

4. Высота. Из $x_1 = \ln(T_1/T_0) \approx (T_1 - T_0)/T_0$ найдём охлаждение до границы облака:

$$T_0 - T_1 \approx 0{,}065 \cdot 300\ \text{K} = 19{,}5\ \text{K}.$$

Температура убывает линейно, $T = T_0 - \beta h$:

$$h = \frac{T_0 - T_1}{\beta} = \frac{19{,}5\ \text{K}}{7\ \text{K/км}} \approx 2{,}8\ \text{км}, \qquad T_1 \approx 280{,}5\ \text{K}.$$

Обратите внимание: точка пересечения лежит правее излома графика ($x = \ln\frac{273}{300} \approx -0{,}094$, то есть $0\,^\circ\text{C}$), значит, капли — жидкие, и использована первая (водяная) часть кривой.

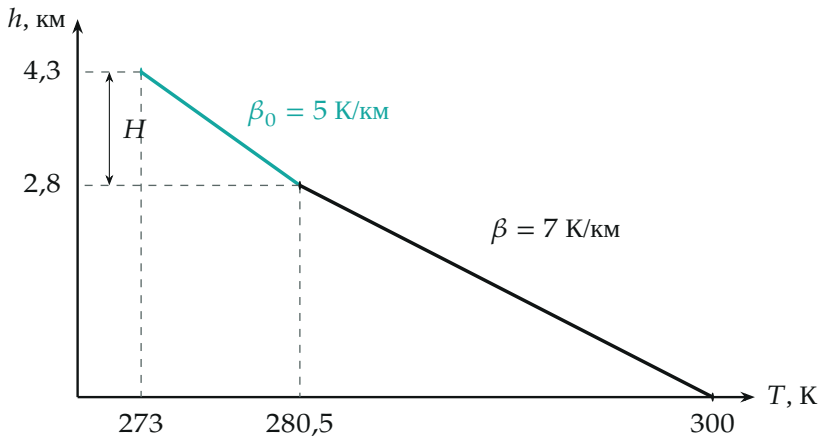
Пункт 3.

5. Появление льда. Кристаллы льда в облаке возможны при температуре ниже 273 K (температуру плавления считаем постоянной). Внутри облака температура падает на $\beta_0 = 5$ K/км, меньше, чем в сухом воздухе, из-за теплоты конденсации. От нижней границы ($T_1 \approx 280{,}5$ K) до

273 K:

$$H = \frac{T_1 - 273\ \text{K}}{\beta_0} = \frac{7{,}5\ \text{K}}{5\ \text{K/км}} \approx 1{,}5\ \text{км}.$$

Лёд появится на высоте $h + H \approx 4{,}3$ км над землёй.



Температура с высотой: до границы облака $\beta = 7$ К/км, в облаке $\beta_0 = 5$ К/км; 0 °C достигается на 4,3 км.

Проверка. Второй способ для п. 2: на участке выше $-0{,}094$ график почти прямая $y \approx k\,x$ с наклоном $k \approx 1{,}79/0{,}096 \approx 18{,}7$ — он совпадает с физическим $\dfrac{L\mu}{RT} \approx \dfrac{2{,}45 \cdot 10^6 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 285} \approx 18{,}6$, где L — удельная теплота парообразования воды. Тогда $18{,}7x = -0{,}9 + 5x$, $x_1 = -0{,}9/13{,}7 \approx -0{,}066$, $h \approx 2{,}8$ км. Смысл: чем суше воздух, тем выше облака (уменьшим φ_0 — $|\ln \varphi_0|$ растёт, $|x_1|$ и h растут). График читается с точностью $\pm 0{,}002$ по x, отсюда точность h около $\pm 0{,}1$ км.

Ответ. 1) $t_\text{р} \approx 12\,^\circ\text{C}$; 2) $h \approx 2{,}8$ км; 3) $H \approx 1{,}5$ км.